

Міністерство освіти і науки України  
Чернівецький національний університет  
імені Юрія Федьковича

**ПРОЦЕСИ І АПАРАТИ ХАРЧОВОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ**  
**ЧАСТИНА І. ГІДРОМЕХАНІЧНІ ПРОЦЕСИ**  
**НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК**

Чернівці  
Чернівецький національний університет  
імені Юрія Федьковича  
2021

УДК 66.021.1(075.8)

ББК 35.111я73

П 845

Рекомендовано Вченою радою Чернівецького національного  
університету імені Юрія Федьковича  
(протокол № від \_\_\_\_\_ 202\_ р.)

**Рецензенти:**

д.т.н., с.н.с., **Іващенко Т.Г.**

(завідувач кафедру Екологічного аудиту та експертизи  
Державної екологічної академії післядипломної освіти та  
управління)

д.х.н., проф. **Братенко М.К.**

(завідувач кафедри медичної та фармацевтичної хімії  
Буковинського державного медичного університету)

П 845 Процеси і апарати харчової промисловості. Частина I.  
Гідромеханічні процеси : Навчальний посібник / укл.  
Борук С.Д., Федоров В.М. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-  
т ім. Юрія Федьковича, 2021. – 177 с

Навчально-методичний посібник для студентів  
спеціальності 181 Харчові технології денної та заочної  
форм навчання. Посібник містить відомості про основні  
технологічні процеси сучасного харчового виробництва та  
їх апаратне оформлення.

**УДК 66.021.1(075.8)**

**ББК 35.111я73**

© Чернівецький національний університет  
імені Юрія Федьковича, 2021

## Зміст

	сторінка
<b>ВСТУП</b>	5
<b>1. ОСНОВНІ ТЕХНОЛОГІЧНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ</b>	6
1.1. Класифікація процесів та апаратів	6
1.2. Принципи розрахунку процесів та апаратів	10
1.3. Системи одиниць вимірювання фізичних величин	14
<b>2. ОСНОВИ ГІДРОСТАТИКИ</b>	18
2.1. Фізичні властивості рідин	18
2.2. Диференціальні рівняння рівноваги Ейлера	24
2.3. Основне рівняння гідростатики. Закон Паскаля	27
2.4. Практичне застосування основного рівняння гідростатики	29
<b>3. РЕЖИМИ РУХУ РІДИН</b>	35
3.1. Характеристики руху рідини	35
3.2. Ламінарний та турбулентний режими руху	39
3.3. Розподіл швидкостей і витрата рідини за усталеного ламінарного потоку	41
3.4. Характеристики турбулентного потоку	45
<b>4. ЗАКОНИ РУХУ РІДИН</b>	50
4.1. Рівняння нерозривності потоку	50
4.2. Диференціальні рівняння руху рідини	54
4.3. Рівняння Бернуллі	59
4.4. Практичне застосування рівняння Бернуллі	65
<b>5. ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ В ГІДРОДИНАМІЦІ</b>	74
5.1. Застосування теорії подібності до вивчення виробничих процесів	74
5.2. Гідродинамічна подібність	83
5.3. Гідравлічний опір	87
<b>6. НАСОСИ ТА КОМПРЕСОРИ</b>	97
6.1. Основні параметри насосів	97
6.2. Відцентрові насоси	105
6.3. Інші типи насосів	111
6.4. Компресорні машини	119

<b>7. ВІДСТОЮВАННЯ ТА ФІЛЬТРУВАННЯ _____</b>	<b>126</b>
7.1. Методи розділення неоднорідних систем _____	126
7.2. Рух тіл у рідинах і процес осадження _____	128
7.3. Відстійники _____	135
7.4. Фільтрування _____	140
7.5. Устаткування для фільтрування _____	145
<b>8. ЦЕНТРИФУГУВАННЯ Й ОЧИЩЕННЯ ГАЗІВ __</b>	<b>151</b>
8.1. Принцип центрифугування _____	151
8.2. Конструкції центрифуг _____	156
8.3. Очищення газів _____	165
<b>СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ _____</b>	<b>176</b>

## ВСТУП

Метою вивчення дисципліни «Процеси та апарати харчової промисловості» є засвоєння студентами фізичних основ виробничих процесів, методів теоретичних розрахунків, проектування та оптимізації різних процесів та технологічних апаратів харчових галузей, отримання комплексу знань, необхідних для свідомого та раціонального використання різних типів апаратів та машин у майбутній професійній діяльності.

Завдання вивчення дисципліни «Процеси та апарати харчових виробництв» полягає у набутті студентами знань, умінь і спроможностей (компетенцій), вміння ефективно розв'язувати професійні задачі, пов'язані з визначенням розмірів механічних, теплообмінних, масообмінних апаратів і біореакторів, що забезпечуватимуть дотримання заданих значень параметрів виробничих процесів.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен **знати:**

- теоретичні засади процесів, які використовуються на харчових виробництвах і принципи дії й облаштування основних типів застосовуваних машин та апаратів;
- загальні принципи розрахунку та призначення технологічних параметрів процесів на харчових виробництвах та методи підбору апаратів і машин для їх реалізації;

**вміти:**

- здійснювати обчислення основних розмірів машин і апаратів, які використовуються на харчових виробництвах;
- розраховувати оптимальні режими процесів і підбирати необхідні для цього машини й апарати.

# 1. ОСНОВНІ ТЕХНОЛОГІЧНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

1.1. Класифікація процесів та апаратів.

1.2. Принципи розрахунку процесів та апаратів.

1.3. Системи одиниць вимірювання фізичних величин.

## 1.1. Класифікація процесів та апаратів

Під терміном «процес» у даній дисципліні розуміється процес виробничий, коли вихідні матеріали після певних дій перетворюються на кінцеві продукти. Ці перетворення супроводжуються змінами агрегатного стану, внутрішньої структури та хімічного складу.

Процеси відбуваються у технологічних апаратах і машинах. Найчастіше апарат – це ємність, у якій нерухомо розміщені труби, ґратки, полиці та інші елементи, наприклад, теплообмінники, випарні пристрої. В багатьох апаратах (екстракторах, біореакторах) змонтовані пристрої для перемішування та перерозподілу рідких середовищ.

На відміну від апарату, машина – це механізм зі зовнішнім приводом, яка здійснює робочим органом ті ж операції, які виконує людина подібними знаряддями праці для здійснення роботи. Типові приклади машин: змішувач, прес, центрифуга.

Основні виробництва харчової промисловості за **технологічною ознакою** можна поділити на дві групи:

1. Багатотоннажні виробництва пов'язані з отриманням великої кількості продукції. Особливістю технології багатотоннажних виробництв є також простота стадії виділення готового продукту (сепарація дріжджів, ректифікація розчинників), а кінцеві продукти або випускаються у вигляді рідини, або достатньо термостабільні, що дає змогу для їх сушіння використовувати атмосферні розпилювальні сушарки.

2. Малотоннажні виробництва пов'язані з отриманням препаратів складної органічної структури, які мають переважно фізіологічну активність (ферментні препарати, амінокислоти, вітаміни тощо).

Необхідність здійснення специфічних технологічних процесів зумовила створення спеціального обладнання, яке використовується

лише в харчовій промисловості. Водночас тут широко застосовується й типове обладнання хімічної технології: теплообмінна апаратура, випарні установки, екстрактори, ректифікаційні установки, сушарки, фільтрувальні та осаджуючі центрифуги тощо.

Одна із загальноприйнятих класифікацій процесів – класифікація за науковими дисциплінами, методи яких є основою для пояснення їх закономірностей, згідно з цією класифікацією процеси поділяють на:

- 1) гідромеханічні (зокрема також гідродинамічні);
- 2) теплові;
- 3) масообмінні;
- 4) біохімічні;
- 5) механічні.

**Гідромеханічні процеси** – процеси, швидкість котрих визначається законами гідродинаміки – науки про рух рідин і газів. До цих процесів належать переміщення рідин, стиснення та переміщення газів, розділення рідких та газових неоднорідних систем у полі сил тяжіння (відстоювання), у полі відцентрових сил (центрифугування), а також під дією різниці тисків при русі через пористий шар (фільтрування) та перемішування рідин.

**Теплові процеси** – процеси, які відбуваються зі швидкістю, визначеною законами теплопередачі – науки про способи поширення тепла. До них належать нагрівання, охолодження, випарювання і конденсація парів. До теплових процесів можна також віднести і процеси охолодження до температур, нижчих за температуру довкілля (процеси помірного та глибокого охолодження). Проте внаслідок багатьох специфічних особливостей ці процеси часто виділяють в окрему групу *холодильних процесів*.

Швидкість теплових процесів значно залежить від гідродинамічних умов (швидкостей, режимів руху), за яких відбувається перенесення тепла між середовищами, котрі обмінюються теплом.

**Масообмінні (дифузійні) процеси** характеризуються перенесенням одного або кількох компонентів вихідної суміші з однієї фази до іншої через границю розділу фаз. Найповільнішою і тому зазвичай лімітувальною стадією масообмінних процесів є молекулярна дифузія розподілюваної речовини. До цієї групи

процесів, описаних законами масопередачі, належать абсорбція, перегонка (ректифікація), екстракція з розчинів, розчинення й екстракція з пористих твердих тіл, кристалізація, адсорбція та сушіння.

Процеси масообміну тісно пов'язані з гідродинамічними умовами у фазах та на границі їх розділу і часто – зі супутніми процесами перенесення тепла (теплообміну).

**Біохімічні процеси** – процеси спрямованої життєдіяльності мікроорганізмів, швидкість протікання яких визначається приростом біомаси або продуктів метаболізму. Біохімічні процеси проводять у біореакторах (ферментерах), пастеризаторах і стерилізаторах. У більшості випадків у апаратах відбуваються одночасно кілька процесів, наприклад, біохімічні та масообмінні, котрі супроводжуються теплообмінними та гідромеханічними.

**Механічні процеси** описуються законами механіки твердих тіл. Вони використовуються переважно для підготовки вихідних твердих матеріалів та обробки кінцевих твердих продуктів, а також для транспортування сипких матеріалів. До механічних процесів належать транспортування, подрібнення, сортування (класифікація), дозування і змішування твердих речовин.

За **способом організації** основні процеси харчової промисловості поділяються на **неперервні та періодичні**.

**Періодичні процеси** проводяться в апаратах, у які через певні проміжки часу завантажуються вихідні матеріали; після їх обробки з цих апаратів вивантажуються кінцеві продукти. Після закінчення розвантаження апарата та його повторного завантаження процедура повторюється. Отже, періодичний процес характеризується тим, що всі його стадії відбуваються у одному місці (в одному апараті), але в різний час.

**Неперервні процеси** здійснюються у проточних апаратах. Надходження вихідних матеріалів у апарат і вивантаження кінцевих продуктів здійснюються одночасно та неперервно. Отже, неперервний процес характеризується тим, що всі його стадії відбуваються одночасно, але розділені у просторі, тобто відбуваються у різних частинах одного апарата або у різних апаратах, які становлять дану установку.

Відомі також **комбіновані процеси**. До них належать неперервні процеси, окремі стадії яких проводяться періодично, або

періодичні процеси, одна або кілька стадій яких відбуваються неперервно.

Основні переваги неперервних процесів:

1) відсутні витрати часу на завантаження апаратури вихідними матеріалами та вивантаження продукції;

2) легше автоматичне регулювання і можливість повнішої механізації;

3) стійкість режимів проведення і більша стабільність якості отримуваних продуктів;

4) більша компактність обладнання;

5) повніше використання тепла, котре надходить або відводиться, можливість рекуперації тепла, яке відводиться.

Неперервні процеси відрізняються від періодичних за розподілом часу перебування частинок середовища в апараті. У періодично діючому апараті всі частинки середовища знаходяться однаковий час, тоді як у неперервно діючому час перебування частинок може сильно відрізнятись. За розподілом часу перебування розрізняються дві теоретичні (граничні) моделі апаратів неперервної дії: ідеального витіснення та ідеального змішування.

В апаратах ідеального витіснення всі частинки рухаються в заданому напрямі, не перемішуючись з тими, котрі рухаються ззаду та попереду і повністю витісняючи частинки, розміщені попереду в потоці. Усі частинки рівномірно розподілені по площі поперечного перерізу такого апарата й діють при русі як твердий поршень. Час перебування всіх частинок в апараті ідеального витіснення однаковий.

В апаратах ідеального змішування частинки, які надходять, зразу ж повністю перемішуються з розміщеними всередині, тобто рівномірно розподіляються по об'єму апарата. У результаті в усіх точках об'єму миттєво вирівнюються значення параметрів, які характеризують процес. Час перебування частинок в апараті ідеального змішування неоднаковий.

Реальні неперервно діючі апарати є **апаратами проміжного типу**.

Залежно від зміни параметрів у часі процеси поділяють на **стаціонарні і нестаціонарні**. У стаціонарних процесах значення кожного з параметрів, котрі характеризують процес, постійні у часі,

а у нестационарних – змінні, тобто є функціями не тільки положення кожної точки у просторі, але і часу. Стационарними можуть бути лише неперервні процеси.

За фазовою ознакою процеси поділяють на **гомогенні** та **гетерогенні**. Гомогенними називають процеси, які не мають поверхні розділу. Гетерогенними називають системи, які складаються з двох або більше фаз. Вони пов'язані з перенесенням речовини через границю розділу фаз.

## 1.2. Принципи розрахунку процесів та апаратів

Розрахунок процесів і апаратів зазвичай має такі основні цілі:

- 1) визначення умов граничного, або рівноважного, стану системи;
- 2) визначення витрат вихідних матеріалів та кількостей отримуваних продуктів, а також кількостей необхідної енергії (тепла) та витрат теплоносіїв;
- 3) визначення оптимальних режимів роботи та відповідної їм робочої поверхні або робочого об'єму апаратів;
- 4) розрахунок основних об'ємів апаратів.

Ці задачі визначають послідовність розрахунків (рис. 1.1).

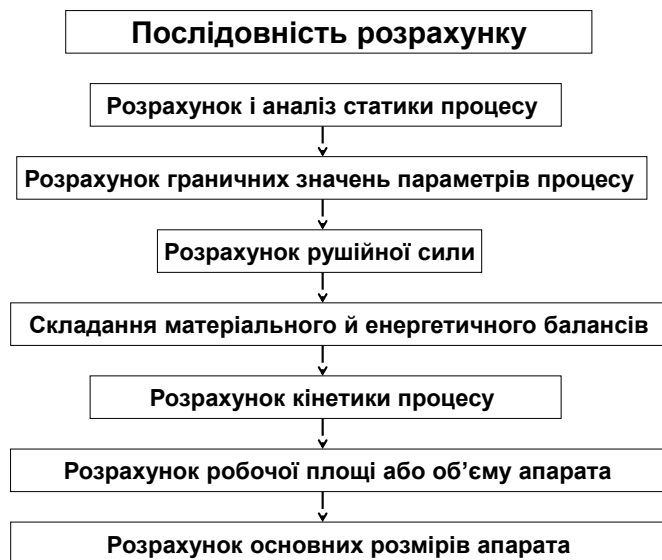


Рис. 1.1. Послідовність розрахунку процесів і апаратів

Вихідним етапом є обчислення і аналіз статички процесу, тобто розгляд даних про рівновагу, на основі яких визначають напрям і можливі межі здійснення процесу. Користуючись цими даними, знаходять граничні значення параметрів процесу, необхідні для

розрахунку його рушійної сили. Після цього складають матеріальні й енергетичні баланси, виходячи зі законів збереження маси й енергії. Наступний етап передбачає обчислення кінетики процесу, яка визначає його швидкість. За даними про швидкість та рушійну силу за обраного оптимального режиму роботи апарата знаходять його робочу поверхню або об'єм. Знаючи поверхню або об'єм знаходять основні розміри апарата.

Згідно із законом збереження маси: **кількість речовин, які надходять на переробку, дорівнює кількості речовин, отриманих у результаті процесу:**

$$\sum G_{\text{поч}} = \sum G_{\text{кінь}}, \quad (\text{без урахування втрат}) \quad (1.1)$$

У практичних умовах незмінно є незворотні втрати. Тоді **матеріальний баланс (МБ)** набуває вигляду:

$$\sum G_{\text{поч}} = \sum G_{\text{кінь}} + \sum G_{\text{втр}}, \quad (1.2)$$

У періодичному процесі МБ складають на одну операцію, для неперервних – за одиницю часу. МБ може складатися для одного апарата або для групи апаратів; для всіх речовин, які беруть участь у процесі, або для одного з компонентів.

На основі МБ визначають **вихід продукту**, під яким розуміють виражене у відсотках відношення отриманої кількості кінцевого продукту до максимально теоретично можливого. Часом під виходом продукту розуміють відношення маси кінцевого продукту до кількості сировини, тобто на одиницю сировини. Практичні витрати вихідних речовин завжди більші за теоретично необхідні тому, що хімічні та біохімічні реакції не завжди відбуваються до кінця через нещільності апаратури.

**Енергетичний баланс (ЕБ)** складають на основі закону збереження енергії, згідно з яким **кількість енергії, введеної в процес, дорівнює кількості енергії, яка виділяється після нього.** Проведення різних процесів на харчових виробництвах пов'язане з витратами різних видів енергії – механічної, електричної, а також зі зміною агрегатного стану. Частиною ЕБ є тепловий баланс, який виражається рівнянням:

$$\sum Q_{\text{поч}} = \sum Q_{\text{кінц}} + \sum Q_{\text{втр}}, \quad (1.3)$$

де  $\sum Q_{\text{поч.}} = Q_1 + Q_2 + Q_3$  (тепло з вихідними речовинами; тепло, яке підводиться ззовні та тепловий ефект фізико-хімічних перетворень);  
 $\sum Q_{\text{кінц}}$  – тепло з кінцевими продуктами та теплоносієм.

В енергетичному балансі, крім тепла, враховуються надходження та витрати всіх видів енергії, наприклад, витрати механічної енергії на переміщення рідин або стиснення та транспортування газів.

На основі ЕБ визначають **коефіцієнт корисного використання енергії**, тобто відношення теоретично необхідної енергії для технологічного процесу до реально використаної. Він може виражатися в частках одиниці або у відсотках.

Для аналізу та визначення процесів на хзарчових виробництвах необхідно також знати інтенсивність процесів та апаратів. Основні процеси можуть відбуватися лише під дією певної рушійної сили, яка для гідромеханічних процесів визначається різницею тисків, для теплообмінних – різницею температур, для масообмінних – різницею концентрацій речовини тощо.

Можна вважати, що результат процесу, який характеризується масою  $M$  перенесеної речовини або кількістю переданого тепла, пропорційний рушійній силі (яку зазвичай позначають  $\Delta$ ), часу  $\tau$  та деякій величині  $A$ , до якої відносять інтенсивність процесу. Такою величиною може бути робоча поверхня, через котру відбувається перенесення енергії або маси, робочий об'єм, у якому відбувається процес, тощо. Тоді рівняння будь-якого процесу може бути подане так:

$$M = K \cdot A \cdot \tau \cdot \Delta, \quad (1.4)$$

Коефіцієнт  $K$  є коефіцієнтом швидкості процесу (коефіцієнт теплопередачі, коефіцієнт масопередачі тощо). Коефіцієнт  $K$  відображає вплив усіх факторів, не врахованих величинами у правій частині рівняння (1.4), а також усі відхилення реального процесу від спрощеної залежності.

Під **інтенсивністю процесу** розуміють його результат, віднесений до одиниці часу та одиниці величини  $A$ , тобто величину  $M/A\tau$ , наприклад, енергію або масу, котра перейшла за одиницю

часу через одиницю робочої поверхні (або перенесену з однієї фази до іншої в одиниці робочого об'єму). З рівняння (1.4) випливає, що

$$M / A\tau = K \Delta, \quad (1.5)$$

Відповідно величину  $K$  можна розглядати як міру інтенсивності процесу – інтенсивність, віднесену до одиниці рушійної сили.

Інтенсивність процесу завжди пропорційна рушійній силі  $\Delta$  та обернено пропорційна до опору  $R$ , який є величиною, оберненою до кінетичного коефіцієнта (гідрравлічний опір, термічний опір тощо). Тому рівняння (1.4) можна виразити так:

$$M = A \cdot \tau \cdot \Delta / K, \quad (1.6)$$

З рівняння (1.6) знаходять необхідну робочу поверхню або робочий об'єм апарата за відомими значеннями інших величин у рівнянні, або визначають результат процесу за заданої поверхні (об'єму).

Якщо відомий об'єм ( $Q$ ) середовища, який протікає через неперервно діючий апарат за одиницю часу, і задана або прийнята його лінійна швидкість ( $w$ ), то площу поперечного перерізу ( $S$ ) апарата знаходять зі співвідношення:

$$S = Q / w, \quad (1.7)$$

За величиною  $S$  визначають один із основних розмірів апарата, наприклад, для апарата циліндричної форми – його діаметр  $D$ .

Іншим основним розміром апарата є робоча висота (або довжина)  $H$ . З рівняння (1.4) знаходять робочий об'єм апарата (якщо  $A = V$ ) або поверхню  $F$ , необхідну для проведення процесу. Знаючи  $F$  і користуючись залежністю  $F = aV$  (де  $a$  – поверхня, котра припадає на одиницю об'єму апарата – питома поверхня), розраховують його робочий об'єм. За величиною  $V$  визначають висоту  $H$ , використовуючи співвідношення  $V = S H$ .

### 1.3. Системи одиниць вимірювання фізичних величин

Числові значення величин, отримані з технічних розрахунків, залежать від вибору одиниць вимірювання. Тому необхідно правильно враховувати одиниці вимірювання величин, котрі входять до розрахункових формул і рівнянь. Для вираження величин використовують різні системи одиниць вимірювання, які складаються з **основних** (незалежних) і **похідних** одиниць. Похідні одиниці виражаються через основні одиниці. Окрім того, у розрахунковій практиці використовують деякі позасистемні одиниці вимірювань.

**Система одиниць** – сукупність незалежних і похідних одиниць, яка охоплює всі або деякі складові вимірів і створена у такий спосіб, що співвідношення між одиницями визначаються рівняннями залежності, за винятком відношень між одиницями, вибраними незалежними.

Використання різних систем одиниць, а також позасистемних одиниць ускладнює розрахунки і часто є причиною значних помилок у технологічних розрахунках.

У 1981 р. введено в дію стандарт ГОСТ 8.417 – 81 «Одиниці фізичних величин», у якому за основу взято Міжнародну систему одиниць. В Україні Держстандарт у 1997 р. ухвалив постанову про введення у державі Міжнародної системи одиниць СІ, основних одиниць у якій сім. У розрахунках процесів та апаратів використовують п'ять із них:

для довжини – *метр (м)*;

для маси – *кілограм (кг)*;

для часу – *секунда (с)*;

для температури – *Кельвін (К)*;

для кількості речовини – *моль (моль)*.

Система СІ має замінити одиниці інших систем – СГС, МКГСС тощо, а також позасистемні одиниці (*літр, атмосфера, калорія, кінська сила* тощо), проте досі в літературі трапляються одиниці цих систем. Зокрема, використовуються одиниці системи МКГСС, основними є: *метр (м), кілограм-сила (кгс), секунда (с)*. Важливий недолік цієї системи – те, що як одна з основних одиниць використовується одиниця сили, а похідною слугує одиниця маси – так звана технічна одиниця маси (*1 т.о.м.*), яка дорівнює 9.81 кг.

Отже, 1 т.о.м. майже у 10 разів перевищує одиницю маси у системі СІ. Ця невідповідність часто призводить до помилок у розрахунках, а також у позначеннях одиниць вимірювання величин.

Для переведення одиниць різних систем у систему СІ використовують співвідношення між величинами відповідних одиниць (табл. 1.1).

Одиниці СІ можна відносити як до одиниці маси – 1 кг, так і до одиниці кількості речовини – 1 кмоль. Наприклад, мольна питома теплоємність може виражатися у Дж/(кмоль · К) і ккал/(кг · град).

У тих випадках, коли окремі одиниці СІ виявляються практично малоприматними, доцільно для запису числового результату розрахунку використовувати кратні та часткові значення цих одиниць, найменування та позначення яких передбачені СІ (табл. 1.2). Так, числові значення тиску у Н/м<sup>2</sup> надто малі порівняно з його значенням у технічних атмосферах, у яких градуйовано вимірювальні прилади. У даному разі доцільно використовувати кратну величину – мегаНьютон на квадратний метр, причому  $1 \text{ МН/м}^2 = 10^6 \text{ Н/м}^2 = 10.2 \text{ кгс/см}^2$ . З аналогічних міркувань можна, наприклад, ентальпію виражати у кратних одиницях – кілоДжоулях на кілограм ( $1 \text{ кДж/кг} = 0.24 \text{ ккал/кг}$ ).

При переході до одиниць СІ необхідний перерахунок величин, зокрема коефіцієнтів емпіричних формул. Перерахунок проводиться в такій послідовності:

1) знаходять відношення одиниць, у яких виражені величини у рівнянні, котре підлягає перерахунку, до відповідних одиниць СІ;

2) кожен позначену літерою величину у лівій і правій частинах вихідного рівняння ділять на вищевказане відношення або множать на обернене відношення (відношення одиниці СІ до одиниці величини у вихідному рівнянні);

3) усі отримані множники об'єднують в один, що виражає числове значення коефіцієнта рівняння в одиницях СІ.

Таблиця 1.1

Одиниці вимірювання величин і коефіцієнти переведення в  
одиниці СІ

Фізична величина	Система одиниць	Одиниця вимірювань	Перевідний множник у систему СІ
Довжина	СІ	метр, <i>м</i>	–
	МКСС	метр, <i>м</i>	–
	СГС	сантиметр, <i>см</i>	$10^{-2}$
Маса	СІ	кілограм, <i>кг</i>	–
	МКСС	технічна одиниця маси, (т.о.м.), <i>кгс·с<sup>2</sup>/м</i>	9.81
	СГС	грам, <i>г</i>	$10^{-3}$
Сила	СІ	Ньютон, <i>Н</i>	–
	МКСС	кілограм-сила, <i>кгс</i>	9.81
	СГС	діна, <i>дін</i>	$10^{-5}$
Тиск	СІ	Паскаль, <i>Па (Н/м<sup>2</sup>)</i>	–
	МКСС	кілограм-сила/м <sup>2</sup> , <i>кгс/м<sup>2</sup></i>	9.81
	СГС	діна/см <sup>2</sup> , <i>дін/см<sup>2</sup></i>	$10^{-1}$
	Позасистемні одиниці	бар, <i>бар</i>	$10^{-5}$
		технічна атмосфера, <i>ат, 1 кгс/см<sup>2</sup></i>	$9.81 \cdot 10^4$
		міліметр водяного стовпа, <i>мм вод. ст.</i>	9.81
		міліметр ртутного стовпа, <i>мм рт. ст.</i>	133.3
Робота, енергія	СІ	Джоуль, <i>Дж</i>	–
	МКСС	кілограм-сила-метр, <i>кгс · м</i>	9.81
	СГС	ерг, <i>ерг</i>	$10^{-7}$
	Позасистемні одиниці	Ватт-год, <i>Вт · год</i>	3600
		кілоВатт-год, <i>кВт · год</i>	$3.6 \cdot 10^6$
		кінська сила-год, <i>к.с. · год</i>	$2.65 \cdot 10^6$
Потужність	СІ	Ватт, <i>Вт</i>	–
	МКСС	кілограм-сила-метр за секунду, <i>кгс · м/с</i>	9.81
	СГС	ерг за секунду, <i>ерг/с</i>	$10^{-7}$
Теплота	СІ	Джоуль, <i>Дж</i>	–
	Позасистемна одиниця	кілокалорія, <i>ккал</i>	4190

Таблиця 1.2

Множники та префікси СІ для утворення десяткових кратних і часткових одиниць

Множник	Найменування	Позначення	
		міжнародне	українське
$10^{18}$	екса	E	Е
$10^{15}$	пета	P	П
$10^{12}$	тера	T	Т
$10^9$	гіга	G	Г
$10^6$	мега	M	М
$10^3$	кіло	k	к
$10^2$	гекто	h	Г
$10^1$	дека	da	да
$10^{-1}$	деци	d	Д
$10^{-2}$	санти	c	с
$10^{-3}$	мілі	m	М
$10^{-6}$	мікро	$\mu$	МК
$10^{-9}$	нано	n	Н
$10^{-12}$	піко	p	П
$10^{-15}$	фемто	f	Ф
$10^{-18}$	атто	a	а

## 2. ОСНОВИ ГІДРОСТАТИКИ

- 2.1. Фізичні властивості рідин.
- 2.2. Диференціальні рівняння рівноваги Ейлера.
- 2.3. Основне рівняння гідростатики. Закон Паскаля.
- 2.4. Практичне застосування основного рівняння гідростатики.

### 2.1. Фізичні властивості рідин

Як було зазначено, залежно від законів, які визначають швидкість проходження, основні процеси харчових виробництв поділяють на механічні, гідромеханічні, теплові, масообмінні та біохімічні. Більшість технологічних процесів харчових виробництв пов'язана з рухом рідин і газів, перемішуванням у рідких середовищах, розділенням сумішей через відстоювання, фільтрування та центрифугування. Швидкість цих процесів визначається законами гідромеханіки, тому такі процеси називаються гідромеханічними. Практичне застосування законів гідромеханіки вивчається **гідравлікою**, яка поділяється на **гідростатику** (наука про рівноважні рідини) і **гідродинаміку** (вчення про рух рідин). При вивченні процесів та апаратів харчових виробництв закони гідродинаміки використовуються переважно для розрахунку швидкості руху і витрат рідини або газу. Закони гідродинаміки визначають також характер перебігу теплообмінних та масообмінних процесів.

У гідравліці рідинами називають як власне рідини, так і гази, оскільки закони їх руху практично однакові, коли швидкість руху значно менша за швидкість звуку. Тому надалі термін «рідини» означатиме речовини, які мають текучість, тобто здатність до руху за докладання до них навіть незначних сил зсуву.

Загальні закони рівноваги та руху рідин виражаються зазвичай у вигляді диференціальних рівнянь, які отримуються у результаті розгляду рідини як суцільного однорідного середовища. При цьому нехтують тим, що елементарний об'єм рідини є сукупністю молекул, розташованих на певній відстані одна від одної. Суцільними вважають також окремі частинки рідини, які розглядають не як мікрочастинки – молекули, а як макрочастинки. Такі частинки можуть рухатись одна відносно іншої у потоці, але кожна з них рухається як одне ціле.

При виведенні основних закономірностей у гідравліці вводять

поняття **ідеальної рідини**, яка, на відміну від реальної (в'язкої) рідини, абсолютно не стискається, не змінює густини при зміні температури і не здатна до внутрішнього тертя (в'язкості). В дійсності рідини так чи інше стискувані та здатні до в'язкості – називаються **реальними** або **в'язкими**. Реальні рідини поділяють на **крапельні** (власне рідини) і **пружні** – гази, які мають пружність, тобто здатність змінювати свій об'єм зі зміною тиску. Стискуваність крапельних рідин дуже незначна: наприклад, об'єм води при збільшенні тиску в 100 разів (від 1 до 100 *атм*) зменшується на 0.5 % від початкового. Натомість пружні рідини здатні сильно змінювати об'єм зі змінами тиску або температури.

Рідини характеризуються такими **основними фізичними властивостями**, як густина (питома вага), тиск, в'язкість і поверхневий натяг.

Масу одиниці об'єму рідини називають **густиною** і позначають  $\rho$ :

$$\rho = m / V. \quad (2.1)$$

В одиницях СІ густина вимірюється у  $кг/м^3$ .

Густина крапельних рідин значно вища за густину пружних рідин і відносно мало змінюється під дією тиску або зі зміною температури. Густина газів більш-менш точно може бути обчислена на основі рівняння стану для ідеальних газів:

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad (2.2)$$

З рівняння (2.2) випливає, що:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT}. \quad (2.3)$$

Об'єм, який займає одиниця маси газу, або величина, обернена до густини, називається **питомим об'ємом** і позначається як  $v$ :

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} = \frac{RT}{pM}. \quad (2.4)$$

**Тиск.** Рідина тисне на дно та стінки посудини, у якій вона міститься, і на поверхню будь-якого зануреного в неї тіла. Так, рідина буде тиснути з певною силою ( $P$ ) на деяку елементарну площу ( $F$ ) всередині неї незалежно від її розташування. Напрямок сили ( $P$ ) перпендикулярний до площадки, або спрямований по нормалі. Цю силу називають **силою гідростатичного тиску**. Відношення  $P/F$  називають **середнім гідростатичним тиском**, а межу цього відношення за  $F \rightarrow 0$  – **гідростатичним тиском у точці** або просто **тиском**:

$$p = \lim_{F \rightarrow 0} \left( \frac{P}{F} \right). \quad (2.5)$$

Через кожну точку може проходити безліч елементарних площ. При цьому сила  $P$  у будь-якій точці спрямована по нормалі до кожної площі, на яку вона діє. В іншому разі ця сила могла би бути розкладена на нормальну та паралельну до площини площі складові, і паралельна складова спричинила би переміщення шарів рідини. Але це неможливо, оскільки за умовами рідина перебуває у стані спокою. Тиск у будь-якій точці однаковий в усіх напрямках, оскільки в іншому разі відбувалося би переміщення рідини всередині її об'єму.

Тиск виражають у  $H/m^2$  ( $Pa$ ). У розрахунках також тиск часто виражають у фізичних або технічних атмосферах або в одиницях висоти  $H$  стовпа манометричної рідини (води, ртуті тощо). Зв'язок між тиском у  $Pa$  і одиницях стовпа рідини виражається рівнянням:

$$p = \rho g H \quad (2.6)$$

Звідси випливають співвідношення між різними одиницями тиску:

1 атмосфера фізична (1 *атм*) = 760 *мм рт. ст.* = 10.33 *м вод. ст.* = 101300 *Па*

1 атмосфера технічна (1 *ат*) = 735.6 *мм рт. ст.* = 10 *м вод. ст.* = 98100 *Па*

Прилади для вимірювання тиску (манометри, вакуумметри) показують не абсолютний тиск, а різницю між абсолютним і атмосферним (барометричним) тиском  $p_{\text{атм}}$ . Цю різницю називають

**надлишковим тиском**  $p_{\text{надл}}$ , якщо тиск в об'ємі перевищує атмосферний, та **розрідженням**, якщо він менший. Тобто:

$$p_{\text{абс}} = p_{\text{надл}} + p_{\text{атм}},$$

$$p_{\text{абс}} = p_{\text{надл}} - p_{\text{розр}}.$$

**В'язкість.** При русі реальної рідини в ній виникають сили внутрішнього тертя, які здійснюють опір руху. Ці сили діють між сусідніми шарами рідини, котрі переміщуються один щодо іншого. Здатність рідини чинити опір зусиллям, які викликають відносне переміщення її частинок, називається в'язкістю.

Нехай між двома паралельними пластинами знаходиться шар рідини (рис. 2.1).

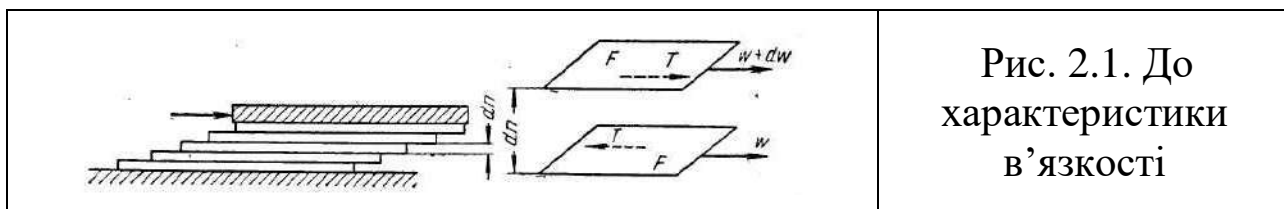


Рис. 2.1. До характеристики в'язкості

Для того, щоб переміщувати верхню пластину відносно нижньої у горизонтальній площині з постійною швидкістю, необхідно докласти деяку постійну дотичну силу, оскільки в'язка рідина чинить опір переміщенню. Відповідно у рідині за наявності вказаного переміщення виникнуть і будуть існувати дотичні напруження між окремими її шарами. Весь шар рідини, розташованої між пластинами, при цьому можна уявити як такий, котрий складається із нескінченно великої кількості елементарних шарів товщини  $dn$  кожний. Очевидно, що напруження зсуву виникатиме між будь-якими сусідніми елементарними шарами внаслідок тертя між ними вздовж поверхні дотику шарів.

Досвід показує, що дотична сила  $T$ , яку треба докласти до верхнього шару для його рівномірного зсуву відносно нижнього (або протилежно спрямована сила тертя  $T$ , з якою нижній шар опирається переміщенню верхнього), тим більша, чим більший градієнт швидкості  $dw/dn$ , який характеризує зміну швидкості, котра припадає на одиницю відстані по нормалі між шарами. Окрім цього, кожна із сил  $T$  пропорційна площі дотику  $F$  шарів. Отже:

$$|T| = \mu F \left| \frac{dw}{dn} \right|, \quad (2.7)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт пропорційності, характерний для даної рідини.

Відношення величини  $|T|$  до поверхні дотику шарів позначають як  $\tau$  і називають **напруженням внутрішнього зсуву (напруженням зсуву, дотичним напруженням)**. Відповідно, рівняння (2.7) набуде вигляду:

$$\tau = \mu \left| \frac{dw}{dn} \right|. \quad (2.8)$$

Знак перед правою частиною рівняння залежить від знака градієнта швидкості. Якщо нормаль до поверхні проводити у напрямку зменшення швидкості, то градієнт швидкості завжди буде від'ємним, і рівняння (2.8) набуде вигляду:

$$\tau = -\mu \frac{dw}{dn} \quad (2.9)$$

Рівняння (2.8) або (2.9) виражає **закон внутрішнього тертя Ньютона: напруження внутрішнього тертя, яка виникає між шарами рідини при її плинні, прямо пропорційне до градієнта швидкості.**

Коефіцієнт пропорційності у рівняннях (2.8) і (2.9) називається **динамічним коефіцієнтом в'язкості (динамічною в'язкістю, в'язкістю)**.

Розмірність в'язкості у системі СІ:

$$[\mu] = [\text{Па} \cdot \text{с}],$$

$$\text{у системі СГС: } [\mu] = [\text{дн} \cdot \text{с} / \text{см}^2] = [\text{пуаз}].$$

Співвідношення між одиницями:

$$1 \text{ Па} \cdot \text{с} = 10 \text{ пз}.$$

Іноді в'язкість рідин характеризують **кінематичним коефіцієнтом в'язкості або кінематичною в'язкістю:**

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu}{g\gamma}. \quad (2.10)$$

В'язкість крапельних рідин варіює у широких межах: за кімнатної температури у води  $\approx 1$  *спз*, а у гліцерина  $\approx 1500$  *спз*. В'язкість газів значно нижча, наприклад у повітря приблизно у 50 разів менша за в'язкість води. В'язкість крапельних рідин значно зменшується зі зростанням температури, а в'язкість газів збільшується.

Рідини найчастіше піддаються закону внутрішнього тертя Ньютона – їх називають **ньютонівськими** рідинами. Проте на виробництві часто доводиться мати справу з **неньютонівськими** рідинами, які мають аномальні властивості, а також з розчинами полімерів, колоїдними розчинами, густими суспензіями, пастами тощо, які також не відповідають закону Ньютона.

В'язкість суттєво впливає на режими руху рідин і на опір, котрий виникає при русі. Тому інтенсифікація багатьох гідродинамічних, а також теплових і масообмінних процесів часто досягається зменшенням в'язкості середовища, наприклад підвищенням температури крапельних рідин.

**Поверхневий натяг.** У ряді процесів крапельна рідина під час руху контактує з газом або з іншою крапельною рідиною, що практично не змішується з першою. Площа поверхні розділу між фазами тяжіє до мінімуму під дією поверхневих сил. Відповідно краплі, які перебувають у зваженому стані в рідині або газі, набувають кулеподібної форми. У результаті на поверхні рідини виникає тиск, спрямований усередину рідини по нормалі до її поверхні, який прагне зменшити площу поверхні до мінімуму.

Отже, для збільшення поверхні необхідна витрата енергії. Роботу, потрібну для створення одиниці нової поверхні, називають **міжфазним**, або **поверхневим, натягом** і позначають  $\sigma$ .

Розмірність у системі СІ:  $[\sigma] = [H / м]$ .

У системі СГС:  $[\sigma] = [дин / см]$ .

З наведених виразів випливає, що поверхневий натяг можна розглядати як силу, яка діє на одиницю довжини поверхні розділу рідини і середовища. Поверхневий натяг зменшується зі зростанням температури. Поверхневий натяг значно впливає на диспергування однієї рідини в іншій, яка з нею не змішується і тому суттєво позначається на гідродинамічних умовах проведення процесів рідинної екстракції.

## 2.2. Диференціальні рівняння рівноваги Ейлера

У гідростатиці вивчається рівновага рідин, котрі перебувають у стані *відносного* спокою, при якому в рухомій рідині, її частинки не переміщуються одна відносно іншої. При цьому сил внутрішнього тертя немає, що дає змогу вважати цю рідину ідеальною.

У стані відносного спокою форма об'єму рідини не змінюється і вона, подібно до твердого тіла, переміщується як єдине ціле. Так, рідина знаходиться у стані відносного спокою у посудині, яка переміщується, наприклад у бочці чи цистерні, всередині барабана центрифуги, який обертається з постійною кутовою швидкістю тощо. У таких випадках спокій розглядають відносно стінок посудини, яка рухається.

Рідина в нерухомій посудині перебуває у стані *абсолютного* спокою (відносно поверхні землі), який у такому розумінні є окремим випадком відносного спокою.

Незалежно від виду спокою на рідину діють сили тяжіння і тиску. У випадку відносного спокою варто враховувати також силу інерції руху рідини разом із посудиною.

Співвідношення між силами, діючими на рідину в стані спокою, які визначають умови її рівноваги, виражається диференціальними рівняннями Ейлера.

В об'ємі рідини, котра знаходиться у стані спокою, виділимо елементарний паралелепіпед об'ємом  $dV$  з ребрами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  (рис. 2.2). Сила тяжіння, яка діє на паралелепіпед, виражається добутком його маси  $dm$  на прискорення вільного падіння  $g$ , тобто дорівнює  $gdm$ . Сила гідростатичного тиску на будь-яку грань паралелепіпеда дорівнює добутку гідростатичного тиску  $p$  на площу цієї грані. Будемо вважати, що тиск  $p$  є функцією всіх трьох координат:  $p = f(x, y, z)$ . Необхідно визначити вид цієї функції, тобто закон розподілу гідростатичного тиску в об'ємі рідини.

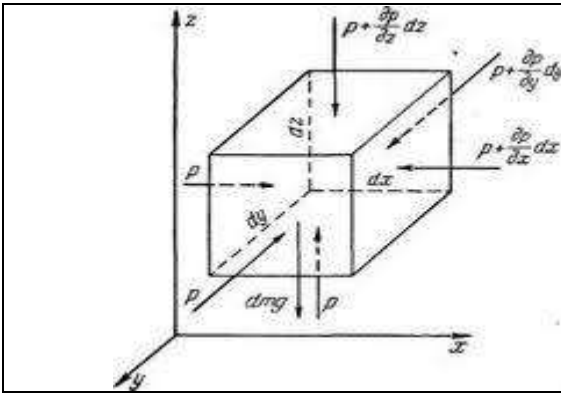


Рис. 2.2. До виведення диференціальних рівнянь рівноваги Ейлера

Згідно з основним принципом статички, сума проєкцій на осі координат усіх сил, котрі діють на елементарний об'єм, який перебуває у рівновазі, дорівнює нулю. В іншому випадку відбувалось би переміщення рідини.

Тоді сума проєкцій сил на вісь  $z$  матиме такий вигляд: сила тяжіння спрямована вниз, паралельно до осі  $z$ . Тому при обраному додатному напрямку осі  $z$  сила тяжіння буде проєктуватися на цю вісь зі знаком мінус:

$$- gdm = -g\rho dV = -\rho g dx dy dz. \quad (2.11)$$

Сила гідростатичного тиску діє на нижню грань паралелепіпеда по нормалі до неї, тому її проєкція на вісь  $z$  дорівнює  $p dx dy$ . Якщо зміна гідростатичного тиску у даній точці у напрямку осі  $z$  дорівнює  $\frac{\partial p}{\partial z}$ , то по всій довжині ребра  $dz$  вона становитиме  $\frac{\partial p}{\partial z} dz$ . Тоді гідростатичний тиск на протилежну (верхню) грань дорівнює  $p + \frac{\partial p}{\partial z} dz$  і проєкція сили гідростатичного тиску на вісь  $z$ :  $-(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz) dx dy$ .

Проєкція рівнодіючої сили тиску на вісь  $z$ :

$$p dx dy - (p + \frac{\partial p}{\partial z} dz) dx dy = -\frac{\partial p}{\partial z} dz dx dy$$

Сума проєкцій сил на вісь  $z$  дорівнює нулю, тобто:

$$-\rho g dx dy dz - \frac{\partial p}{\partial z} dx dy dz = 0. \quad (2.12)$$

Якщо врахувати, що об'єм паралелепіпеда  $dx dy dz = dV \neq 0$ , то  $-\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} = 0$ .

Проекції сили тяжіння на осі  $x$  і  $y$  дорівнюють нулю. Тому сума проєкцій сил на вісь  $x$   $p dy dz - (p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) dy dz = 0$ , звідки після розкриття дужок і скорочення:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz = 0, \quad (2.13)$$

або

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = 0.$$

Відповідно для осі  $y$ :

$$-\frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz = 0, \quad (2.14)$$

або

$$-\frac{\partial p}{\partial y} = 0.$$

Отже, рівняння рівноваги елементарного паралелепіпеда виражаються системою рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2.15)$$

Рівняння (2.15) – диференціальні рівняння рівноваги **Ейлера**.

Для отримання закону розподілу тиску в усьому об'ємі рідини у стані спокою необхідно проінтегрувати систему рівнянь (2.15). Інтегралом цих рівнянь є основне рівняння гідростатики, яке широко використовується в інженерній практиці.

### 2.3. Основне рівняння гідростатики. Закон Паскаля

З рівнянь (2.15) випливає, що тиск у рідині в стані спокою змінюється лише по вертикалі, залишаючись незмінним в усіх точках будь-якої горизонтальної площини, оскільки зміни тисків удовж осей  $x$  і  $y$  дорівнюють нулю. Оскільки у цій системі рівнянь часткові похідні  $\frac{\partial p}{\partial x}$  і  $\frac{\partial p}{\partial y}$  дорівнюють нулю, часткова похідна  $\frac{\partial p}{\partial z}$  може бути замінена на  $\frac{dp}{dz}$  і, отже:

$$-\rho g - \frac{dp}{dz} = 0.$$

Звідси:

$$-dp - \rho g dz = 0. \quad (2.16)$$

Поділивши ліву та праву частини рівняння на  $\rho g$  і помінявши знаки, отримаємо:

$$dz + \frac{1}{\rho g} dp = 0.$$

Для однорідної нестискуваної рідини густина постійна, тому:

$$dz + d\left(\frac{p}{\rho g}\right) = 0,$$

або:

$$d\left(z + \frac{p}{\rho g}\right) = 0.$$

Звідси після інтегрування отримаємо:

$$z + \frac{p}{\rho g} = const. \quad (2.17)$$

Для двох довільних горизонтальних площин 1 і 2 рівняння (2.17) можна виразити у формі:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g}. \quad (2.18)$$

Рівняння (2.17) і (2.18) – різні варіанти вираження **основного рівняння гідростатики**.

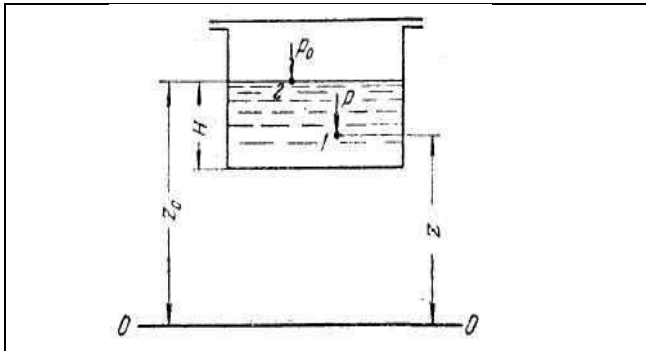


Рис. 2.3. До основного рівняння гідростатики.

У рівнянні (2.18)  $z_1$  і  $z_2$  – висоти розташування двох точок всередині однорідної крапельної рідини у стані спокою над довільно обраною горизонтальною площиною відліку (площиною порівняння), а  $p_1$  і  $p_2$  – гідростатичні тиски у цих точках.

Нехай існують дві частинки рідини, одна з яких розташована у точці 1 всередині об'єму рідини (рис. 2.3) – на висоті  $z$  від довільно обраної площини порівняння  $0-0$ , а інша знаходиться у точці 2 на поверхні рідини – на висоті  $z_0$  від тієї ж площини. Нехай  $p$  і  $p_0$  – тиски у точках 1 і 2 відповідно. За цих позначень, згідно з рівнянням (2.18):

$$z + \frac{p}{\rho g} = z_0 + \frac{p_0}{\rho g}, \quad (2.19)$$

або:

$$\frac{p - p_0}{\rho g} = z - z_0. \quad (2.20)$$

Член  $z$  у рівнянні гідростатики (2.17), який являє собою висоту розташування даної точки над довільно обраною площиною порівняння, називається **нівелірною висотою**. Вона виражається в одиницях довжини – [м].

Величину  $\frac{p}{\rho g}$  називають **напором тиску** або **п'єзометричним напором**.

Отже, згідно з основним рівнянням гідростатики, *для кожної точки рідини у стані спокою сума нівелірної висоти і п'єзометричного напору величина постійна.*

Члени основного рівняння гідростатики мають певний енергетичний зміст. Так, вираження члена  $\frac{p}{\rho g}$  характеризує питому енергію, тобто енергію, яка припадає на одиницю ваги рідини.

Отже, нівелірна висота (яку називають також **геометричний** або **висотний напір**) характеризує **питому потенційну енергію розташування** даної точки над обраною поверхнею порівняння, а п'єзометричний напір – **питому потенційну енергію тиску** у даній точці. Сума зазначених енергій називається **повним гідростатичним напором**, або просто **статичним напором**, і дорівнює загальній потенційній енергії, котра припадає на одиницю ваги рідини.

Отже, основне рівняння гідростатики є окремим випадком закону збереження енергії: **питома потенційна енергія в усіх точках рідини у стані спокою величина постійна.**

Рівняння (2.19) можна записати у формі:

$$p + \rho gz = p_0 + \rho gz_0, \quad (2.21)$$

або:

$$p = p_0 + \rho g(z_0 - z). \quad (2.22)$$

Останній вираз є вираженням закону Паскаля: **тиск, створюваний у будь-якій точці нестискуваної рідини у стані спокою, передається однаково в усі точки її об'єму.** Дійсно, за будь-якої зміни тиску  $p_0$  у точці  $z_0$  тиск  $p$  у будь-якій іншій точці рідини зміниться настільки ж.

#### **2.4. Практичне застосування основного рівняння гідростатики**

Основне рівняння гідростатики, яке часто виражають у вигляді закону Паскаля, має багато важливих практичних застосувань.

**Принцип сполучених посудин.** Нехай дві сполучені посудини заповнені рідиною з густиною  $\rho$  (рис. 2.4, а). Оберемо деяку площину порівняння  $0-0$  і деяку точку  $A$  всередині рідини, що лежить у цій площині. Якщо вважати точку  $A$  належною до лівої посудини, то згідно з рівнянням (2.22), тиск у цій точці:

$$p = p_{атм} + \rho gz_0'.$$

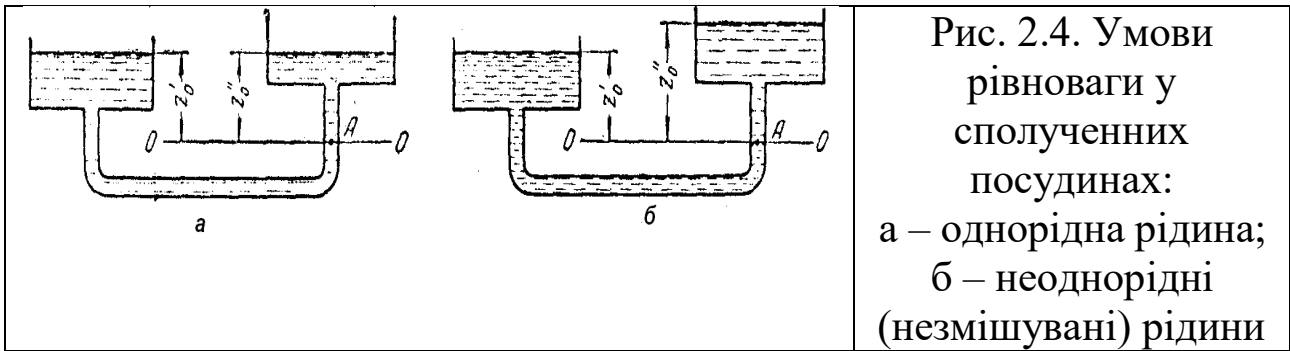


Рис. 2.4. Умови рівноваги у сполучених посудинах:  
 а – однорідна рідина;  
 б – неоднорідні (незмішувані) рідини

Якщо ж вважати точку  $A$  належною до правої посудини, то тиск у ній:

$$p = p_{атм} + \rho g z_0''.$$

За рівноваги для кожної точки тиск однаковий у будь-якому напрямку. Отже:

$$p_{атм} + \rho g z_0' = p_{атм} + \rho g z_0'',$$

або:

$$z_0' = z_0''.$$

Аналогічний висновок може бути зроблений для двох закритих сполучених посудин, в яких тиски над вільною поверхнею площини однакові. Отже, *у відкритих або закритих сполучених посудинах, що знаходяться під однаковим тиском, заповнених однорідною рідиною, її рівні розташовуються на одній висоті незалежно від форми та поперечного перерізу посудин.* Цей принцип використовується, зокрема, для вимірювання рівня рідини у закритих апаратах за допомогою водомірного скла.

Якщо сполучені посудини заповнені двома рідинами, котрі не змішуються, і мають густини  $\rho'$  (ліва посудина) і  $\rho''$  (права посудина), то при проведенні площини порівняння  $0-0$  через границю розділу рідин (рис. 2.4, б) аналогічно до попереднього отримаємо:

$$\rho' z_0' = \rho'' z_0'',$$

або:

$$z_0'/z_0'' = \rho'/\rho''. \tag{2.23}$$

Звідси випливає, що у сполучених посудинах **висоти рівнів неоднорідних рідин над поверхнею їх розділу обернено пропорційні до густин цих рідин.**

Якщо посудини заповнені однією рідиною з густиною  $\rho$ , але тиски над рівнем рідини у них неоднакові і дорівнюють  $p'$  (ліва посудина) і  $p''$  (права посудина), то:

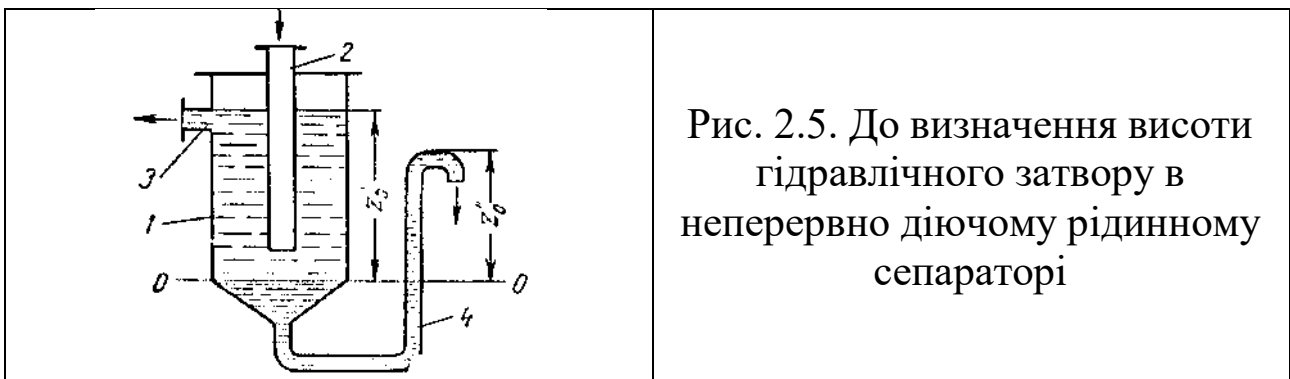
$$p' + \rho g z_0' = p'' + \rho g z_0'',$$

звідки різниця рівнів рідини у посудинах:

$$z_0'' - z_0' = (p' - p'')/\rho g \quad . \quad (2.24)$$

Рівняння (2.23) використовують при вимірюванні тисків або різниць тисків між різними точками за допомогою диференціальних U-подібних манометрів.

Умови рівноваги рідин у сполучених посудинах використовують також для визначення висоти гідравлічного затвору у різних апаратах (рис. 2.5).



Так, у сепараторах безперервної дії суміш рідин з різною густиною (емульсія) неперервно надходить у апарат 1 по центральній трубці 2 і розшаровується у ньому, причому легша рідина з густиною  $\rho'$  видаляється з верхньої частини через штуцер 3, а важча рідина – знизу через U-подібний затвор 4. Якщо прийняти, що рівень границі розділу фаз підтримується на межі циліндричної та конічної частин апарату і провести через цю границю площину порівняння 0-0, то необхідна висота гідравлічного затвору, згідно з рівнянням (2.23), складе:

$$z_0'' = z_0' \frac{\rho'}{\rho''}. \quad (2.25)$$

При цьому допускається, що тиск над рідиною всередині апарата та на виході із затвору однаковий.

**Пневматичне вимірювання кількості рідини у резервуарах.** Для контролю за рівнем рідини у певному резервуарі 1, наприклад підземному (рис. 2.6), у нього поміщають трубу 2, нижній кінець якої доходить майже до дна резервуара. Тиск над рідиною у резервуарі дорівнює  $p_0$ .

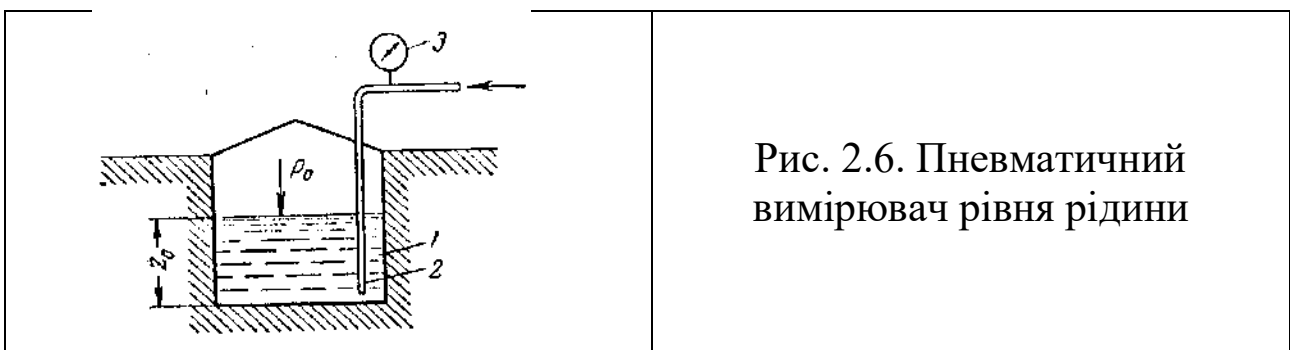


Рис. 2.6. Пневматичний вимірювач рівня рідини

По трубці 2 подають стиснене повітря або інший газ, поступово підвищуючи його тиск, замірюючи манометром 3. Коли повітря подолає опір стовпа рідини в резервуарі та почне барботувати через рідину, тиск  $p$ , що фіксується манометром, перестане зростати й буде дорівнювати, згідно з рівнянням (2.22):

$$p = p_0 + \rho g z_0.$$

Звідки рівень рідини у резервуарі:

$$z_0 = \frac{p - p_0}{\rho g}. \quad (2.26)$$

За величиною  $z_0$  та відомою площиною поперечного перерізу резервуара визначають об'єм рідини, котрий залишився.

**Гідростатичні машини.** На використанні основного рівняння гідростатики основана робота гідростатичних машин, таких як гідравлічний прес (рис. 2.7), які застосовуються для пресування та брикетування різних матеріалів.

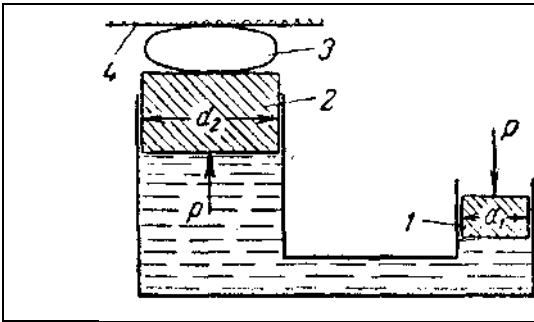


Рис. 2.7. Схема гідравлічного преса

Якщо докласти відносно невелике зусилля до поршня 1, який рухається у циліндрі меншого діаметра  $d_1$ , і створити тиск на поршень, то, відповідно до закону Паскаля, такий же тиск буде припадати на поршень 2 у циліндрі більшого діаметра  $d_2$ . При цьому сила тиску на поршень 1 складе:  $P_1 = \rho \frac{\pi d_1^2}{4}$ , а сила тиску на поршень 2:  $P_2 = \rho \frac{\pi d_2^2}{4}$ .

У результаті поршень у циліндрі більшого діаметра передасть силу тиску, у стільки разів більшу за силу, докладену до поршня у циліндрі меншого діаметра, у скільки разів поперечний переріз циліндра 2 більший, ніж циліндра 1. Таким способом за допомогою порівняно невеликих зусиль здійснюють пресування матеріалу 3, що розміщеного між поршнем та нерухомою плитою 4.

**Тиск рідини на дно та стінки посудини.** Якщо рідина поміщена в посудину будь-якої форми, то гідростатичний тиск у всіх точках горизонтального дна посудини однаковий, тиск на його бічні стінки збільшується зі збільшенням глибини занурення.

Гідростатичний тиск  $p$  на рівні дна посудини, як і для будь-якої точки всередині рідини, визначається рівнянням (2.22), але для всіх точок дна величина  $(z_0 - z)$  є висотою рідини у посудині. Позначивши її як  $H$ , отримаємо:

$$p = p_0 + \rho g H. \quad (2.27)$$

Отже, сила тиску  $P$  на горизонтальне дно посудини *не залежить від форми посудини й об'єму рідини у ній*. За даної густини рідини ця сила *визначається лише висотою стовпа рідини  $H$  і площею  $F$  дна посудини*:

$$P = pF ,$$

або:

$$P = (p_0 + \rho g H)F . \quad (2.28)$$

Гідростатичний тиск рідини на вертикальну стінку посудини змінюється залежно від висоти. Тому:

$$P = (p_0 + \rho g h)F . \quad (2.29)$$

У рівнянні (2.29) вираз у дужках – гідростатичний тиск у центрі ваги змоченої площі стінки. Тому **сила тиску на вертикальну стінку дорівнює добутку її змоченої площини на гідростатичний тиск у центрі ваги змоченої площі стінки.**

Точка докладання рівнодіючої  $P$  сил тиску на стінку називається **центром тиску**. Ця точка розташована завжди нижче за центр ваги змоченої площадки. Якщо тиск  $p_0$  передається рідиною однаково кожному елементу стінки, незалежно від глибини його занурення, і, відповідно, рівнодіюча сила докладається до центру ваги стінки, то тиск стовпа рідини на стінку тим більший, чим глибше розташований відповідний її елемент. У результаті, зокрема, для вертикальної прямокутної стінки центр тиску розташований на відстані  $2/3 H$  від верхнього рівня стінки.

### 3. РЕЖИМИ РУХУ РІДИН

- 3.1. Характеристики руху рідини.
- 3.2. Ламінарний та турбулентний режими руху.
- 3.3. Розподіл швидкостей і витрата рідини за усталеного ламінарного потоку.
- 3.4. Характеристики турбулентного потоку.

#### 3.1. Характеристики руху рідини

Рушійною силою для текучості рідин є **різниця тисків**, яка створюється за допомогою насосів чи компресорів або внаслідок різниці рівнів чи густин рідини.

Знання законів гідродинаміки допомагає знаходити різницю тисків, необхідну для переміщення даної кількості рідини з потрібною швидкістю, а отже, і кількість енергії, необхідну для такого переміщення; або навпаки – визначати швидкість і витрати рідини за відомої різниці тисків.

Розрізняють **внутрішню** та **зовнішню** задачі гідродинаміки. Внутрішня задача пов'язана з аналізом руху рідин **всередині** труб і каналів. Зовнішньою задачею гідродинаміки є вивчення закономірностей **обтікання** рідинами різних тіл (при механічному переміщенні, осадженні твердих частинок у рідині тощо). У багатьох випадках, наприклад за руху рідини через зернистий шар твердого матеріалу, вона переміщується всередині каналів складної форми та одночасно обтікає тверді частинки. Такі умови спостерігаються у процесах фільтрування, масопередачі в апаратах з насадками та ін. Аналіз руху рідин у випадках такої **змішаної** задачі гідродинаміки проводять зазвичай приблизно, зводячи її до розв'язання внутрішньої або зовнішньої задачі.

Кількість рідини, яка протікає через поперечний переріз потоку («живий» переріз, тобто затоплений переріз трубопроводу) за одиницю часу називають **витратою рідини**. Розрізняють **об'ємну** витрату, яка вимірюється у  $m^3/c$  або  $m^3/год$ , та **масову** витрату, яку вимірюють у  $кг/c$  або  $кг/год$  тощо.

У різних точках живого перерізу потоку швидкість частинок рідини неоднакова. Біля осі труби вона максимальна, а з наближенням до стінок – зменшується. Проте часто закон розподілу швидкостей невідомий або його важко врахувати. Тому в обчисленнях зазвичай використовують не **істинні** (локальні)

швидкості, а фіктивну **середню** швидкість. Ця швидкість  $w$  (м/с) виражається відношенням об'ємної витрати рідини  $Q$  (м<sup>3</sup>/с) до площі живого перерізу  $S$  (м<sup>2</sup>) потоку:

$$w = Q / S,$$

звідки об'ємна витрата:

$$Q = w \cdot S. \quad (3.1)$$

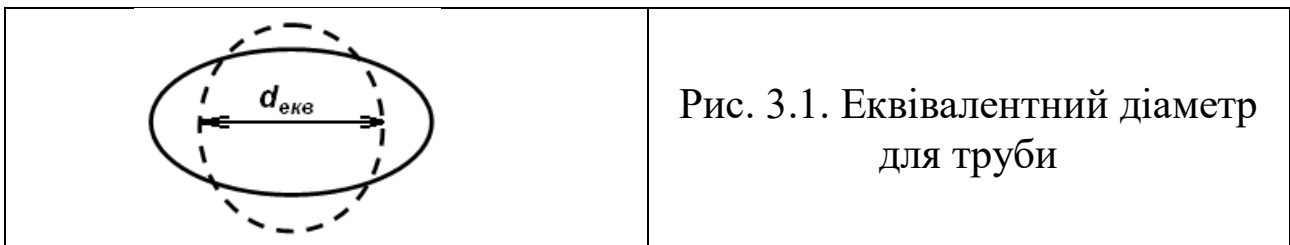
Масова витрата  $M$  (кг/с) визначається рівнянням:

$$M = \rho \cdot w \cdot S, \quad (3.2)$$

де  $\rho$  – густина рідини, кг/м<sup>3</sup>.

Наведені основні характеристики руху рідини стосуються переміщення у каналах із перерізом будь-якої форми.

Під час руху рідини через переріз будь-якої форми, відмінної від круглої, розрахунковим лінійним розміром вважають **гідравлічний радіус** або **еквівалентний діаметр**.



Під гідравлічним радіусом  $r_2$  (м) розуміють відношення площі затопленого перерізу трубопроводу або каналу, через який тече рідина, тобто живого перерізу потоку, до змоченого периметра:

$$r_2 = S / \Pi. \quad (3.3)$$

Для круглої труби гідравлічний радіус розраховується за рівнянням:

$$r_a = \frac{S}{\Pi} = \frac{\pi d^2 / 4}{\pi d} = \frac{d}{4},$$

де  $d$  – внутрішній діаметр труби, м.

Діаметр, виражений через гідравлічний радіус, є еквівалентним діаметром:

$$d = d_e = 4r_z. \quad (3.4)$$

Отже:

$$d_e = 4S / \Pi. \quad (3.5)$$

Еквівалентний діаметр дорівнює діаметру гіпотетичного трубопроводу круглого перерізу, для якого відношення площі  $S$  до змоченого периметра  $\Pi$  те ж саме, що й для даного трубопроводу некруглого перерізу (рис. 3.1).

Рух рідини називають **усталеним (стаціонарним)**, якщо швидкості частинок потоку, а також усі інші фактори (густина, температура, тиск та ін.), які впливають на його рух, не змінюються в часі в кожній фіксованій точці простору, через яку проходить рідина. За цих умов для кожного перерізу потоку витрати рідини постійні в часі. За стаціонарного руху будь-який із зазначених факторів, наприклад швидкість  $w_x$  у деякому напрямку  $x$ , може мати різні значення у різних точках [ $w_x = f(x, y, z)$ ], але у будь-якій точці швидкість не змінюється з часом.

За **неусталеного (нестационарного)** потоку фактори, котрі впливають на рух рідини, змінюються у часі. Наприклад, швидкість рідини у деякому напрямку  $x$  у будь-якій точці простору є функцією не тільки просторових координат, але і часу:

$$[w_x = f(x, y, z, \tau)].$$

Прикладом неусталеного руху є витікання рідини з отвору за змінного рівня її в резервуарі: зі зниженням стовпа рідини в ньому швидкість витікання зменшується в часі.

Усталені умови руху рідини характерні для неперервних процесів біотехнологічних виробництв. Неусталений рух рідини відбувається зазвичай у періодичних процесах, а також за змін режиму роботи апаратів безперервної дії.

Зміну певного параметра  $u$  за усталеного руху рідини при переході від однієї точки до іншої називають **конвективною**

**зміною** і виражають як:

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz .$$

Якщо ж зміна цього параметра спостерігається в конкретній точці простору протягом безкінечно малого проміжку часу, то його називають **місцевою** або **локальною зміною**:

$$du = \frac{\partial u}{\partial \tau} d\tau .$$

Отже, **повну зміну** параметра в кожній точці простору за неусталеного руху рідини можна розглядати як суму локальної та конвективної змін:

$$du = \frac{\partial u}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz .$$

Звідки:

$$\frac{du}{d\tau} = \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{d\tau} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{d\tau} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{dz}{d\tau} .$$

Але:

$$\frac{dx}{d\tau} = w_x \quad \frac{dy}{d\tau} = w_y \quad \frac{dz}{d\tau} = w_z .$$

Тому:

$$\frac{du}{d\tau} = \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{\partial u}{\partial x} w_x + \frac{\partial u}{\partial y} w_y + \frac{\partial u}{\partial z} w_z . \quad (3.6)$$

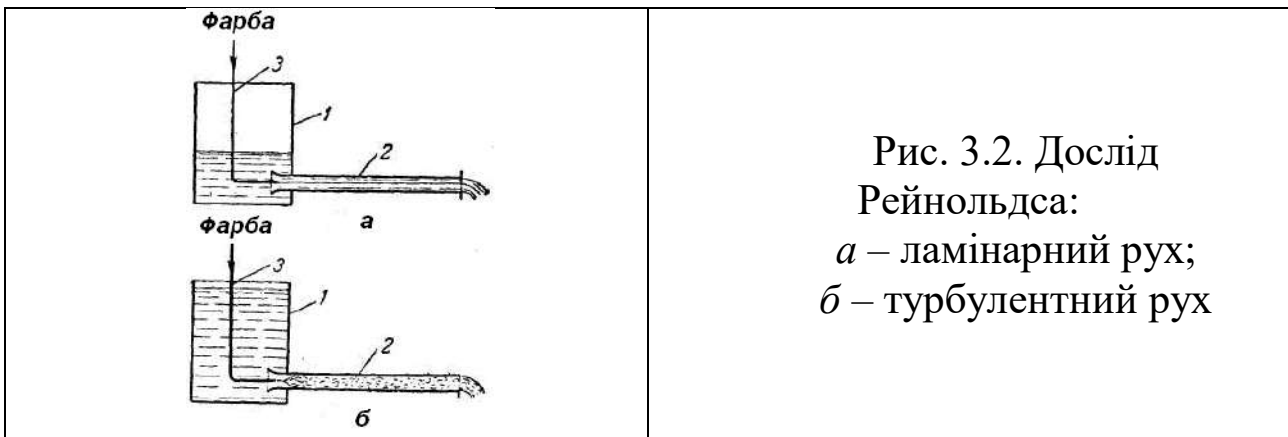
У випадку неусталеного процесу, коли  $\frac{\partial u}{\partial \tau} = 0$ :

$$\frac{du}{d\tau} = \frac{\partial u}{\partial x} w_x + \frac{\partial u}{\partial y} w_y + \frac{\partial u}{\partial z} w_z \quad (3.7)$$

Рівняння (3.6) і (3.7) виражають повну похідну функції  $[u_x = f(x, y, z, \tau)]$ , яку в гідравліці називають **субстанційною** похідною. Вона характеризує зміну певного параметра або властивості матерії (субстанції) в часі при переміщенні матеріальних частинок у просторі. Зокрема, при русі частинки рідини зі швидкістю  $w$  конвективна та локальна зміна відбуваються з усіма складовими швидкості вздовж осей координат  $(w_x, w_y, w_z)$ .

### 3.2. Ламінарний та турбулентний режими руху

У 1883 р. англієць О. Рейнольдс вивчав режими руху рідин. Для цього він за допомогою установки, зображеної на рис. 3.2, вводив тонкий струмінь розчину барвника у потік рідини. При невеликих швидкостях руху потоку струмінь не розмивався, що засвідчує прямолінійність і паралельність траєкторій руху частинок (рис. 3.2, *а*). Такий рух, за якого всі частинки рухаються по паралельних траєкторіях, називається **струмінним** або **ламінарним**.



Якщо швидкість руху води у трубі зростає понад певну межу, то забарвлені струмені спочатку набувають хвилеподібного руху, а потім починають розмиватися, змішуючись з основною масою води (рис. 3.2, *б*). Це пояснюється тим, що окремі частинки рідини рухаються вже не паралельно одна до одної та осі труби, а переміщуються в поперечному напрямку. Такий невпорядкований рух, за якого окремі частинки рідини рухаються по заплутаних хаотичних траєкторіях, тоді як маса рідини у цілому рухається в одному напрямку, називають **турбулентним**.

У турбулентному потоці відбувається пульсування швидкостей, під дією якого частинки рідини, котрі переміщуються в

головному (осьовому) напрямку, здійснюють також поперечні переміщення. Це призводить до інтенсивного перемішування потоку по перерізу, що потребує відповідно більшої витрати енергії на рух рідини порівняно з ламінарним потоком.

Дослід показує, що перехід від ламінарного руху до турбулентного відбувається тим легше, чим більша масова швидкість рідини  $\rho w$  і діаметр труби  $d$  та чим менша в'язкість рідини  $\mu$ . Рейнольдс встановив, що вказані величини можна об'єднати у безрозмірний комплекс  $wd\rho/\mu$ , значення якого допомагає дійти висновку щодо режиму руху рідини. Цей комплекс називають **критерієм Рейнольдса** (Re):

$$\text{Re} = \frac{wd\rho}{\mu}. \quad (3.8)$$

Критерій Рейнольдса – міра співвідношення між силами в'язкості та інерції у потоці, який рухається. Справді, ймовірність порушення ламінарного режиму руху та виникнення хаотичного переміщення частинок тим більша, чим менша в'язкість рідини, котра перешкоджає цьому переміщенню, та чим більша її густина, яка є мірою інерції частинок, які відхилилися від прямолінійного руху. Тому за рівних швидкостей руху різних рідин у трубах однакового діаметра турбулентність виникає тим легше, чим більше  $\rho$  і менше  $\mu$ , або чим менша кінематична в'язкість  $\nu = \mu/\rho$ . Відповідно критерій Рейнольдса може бути записаний у вигляді:

$$\text{Re} = \frac{wd}{\nu}. \quad (3.9)$$

Перехід від ламінарного до турбулентного руху характеризується **критичним** значенням  $\text{Re}_{\text{кр}}$ . Так, за руху рідин у прямих гладких трубах  $\text{Re}_{\text{кр}} \approx 2320$ . При  $\text{Re} < 2320$  рух зазвичай ламінарний, тому дану область значень Re називають областю стійкого ламінарного руху. При  $\text{Re} > 2320$  найчастіше спостерігається турбулентний характер руху. Але за  $2320 < \text{Re} < 10000$  режим текучості ще **неусталено турбулентний** (цю область значень Re часто називають перехідною). Хоча турбулентний рух за таких умов імовірніший, але іноді за таких значень Re може спостерігатися і ламінарний потік. Лише за значень критерію

$Re > 10000$  турбулентний рух стає **усталеним (розвиненим)**.

Указане значення  $Re_{кр} = 2320$  умовне, оскільки воно стосується лише стабілізованого ізотермічного потоку у трубах з малою шорсткуватістю поверхні стінок труби. Наявність різних збурень, зумовлених шорсткуватістю стінок, зміною значення швидкості потоку або її напрямку, близькістю входження до труби тощо, може значно знижувати величину  $Re_{кр}$ . Критичне значення  $Re$  зменшується також і за неізотермічності потоку по перерізу труби через виникнення конвективних течій рідини у напрямку, перпендикулярному до осі труби.

У разі руху рідини через канали некруглого перерізу при розрахунку критерію  $Re$  замість діаметра використовують еквівалентний діаметр.

У вираз для критерію Рейнольдса входить середня швидкість руху потоку, яка характеризується рівнянням (3.1). Дійсні ж значення швидкості рідини неоднакові у різних точках перерізу трубопроводу. При цьому розподіл вказаних швидкостей по перерізу потоку різний для ламінарного та турбулентного рухів. Для ламінарного потоку вид розподілу швидкостей може бути встановлений теоретично.

### **3.3. Розподіл швидкостей і витрата рідини за усталеного ламінарного потоку**

У випадку ламінарного руху в'язкої рідини у прямій трубі круглого перерізу всю рідину можна уявно розбити на ряд кільцевих шарів, співвісних із трубою (рис. 3.3, *a*).

Унаслідок дії між шарами сил тертя шари будуть рухатися з неоднаковими швидкостями. Центральний циліндричний шар біля осі труби має максимальну швидкість, але, з віддаленням від осі швидкість елементарних кільцевих шарів буде зменшуватися. Безпосередньо біля стінки рідина ніби «прилипає» до стінки, і її швидкість тут дорівнює нулю.

Розглянемо у потоці рідини, котрий ламінарно рухається по трубі радіусом  $R$ , циліндричний шар завдовжки  $l$  та радіусом  $r$  (рис. 3.3, *б*).



Рис. 3.3. До визначення розподілу швидкостей і витрати рідини під час ламінарного руху

Рух шару відбувається за рахунок різниці тисків  $P_1$  і  $P_2$  з обох торців циліндра:

$$P_1 - P_2 = (p_1 - p_2)\pi r^2,$$

де  $p_1$  і  $p_2$  – гідростатичні тиски у перерізах 1–1 і 2–2.

Руху циліндру протидіє сила внутрішнього тертя  $T$ , для якої справедливий вираз:

$$|T| = -\mu F \left| \frac{dw_r}{dr} \right|,$$

де  $w_r$  – швидкість руху рідини на відстані  $r$  від осі;

$F = \pi \cdot r \cdot l$  – зовнішня поверхня циліндра;

$\mu$  – в'язкість рідини.

Знак мінус вказує на зменшення швидкості зі збільшенням радіуса  $r$ .

За усталеного руху різниця сил тиску  $P_1 - P_2$  витрачається на подолання сили тертя  $T$ , і сума проєкцій усіх цих сил на вісь потоку повинна дорівнювати нулю. Внаслідок тертя рух циліндричного шару, який розглядається, гальмується, отже, сила тертя, докладена до його бічної поверхні, спрямована протилежно до різниці  $P_1 - P_2$  і проєктується на вісь, напрямком якої збігається з напрямком руху, зі знаком мінус. Отже:

$$p_1 \pi r^2 - p_2 \pi r^2 - (-\mu F \frac{dw_r}{dr}) = 0,$$

або:

$$(p_1 - p_2) \pi r^2 = -\mu 2\pi r l \frac{dw_r}{dr}.$$

Звідки, після скорочення та розділення змінних, отримаємо:

$$\frac{p_1 - p_2}{2\mu l} r dr = -dw_r.$$

Переходячи до всього об'єму рідини у трубі, проінтегруємо це диференціальне рівняння, враховуючи, що радіус у лівій частині рівняння змінюється від  $r$  до  $r = R$ , а змінна швидкість у правій частині – від  $w = w_r$  до  $w = 0$ :

$$\int_r^R \frac{p_1 - p_2}{2\mu l} r dr = -\int_{w_r}^0 dw_r,$$

Тоді:

$$\frac{p_1 - p_2}{2\mu l} \left( \frac{R^2}{2} - \frac{r^2}{2} \right) = w_r,$$

або:

$$w_r = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} (R^2 - r^2). \quad (3.10)$$

Швидкість має максимальне значення на осі труби, де  $r = 0$ :

$$w_{\max} = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} R^2. \quad (3.11)$$

Зіставляючи рівняння (3.10) і (3.11), знаходимо:

$$w_r = w_{\max} \frac{R^2 - r^2}{R^2} = w_{\max} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right). \quad (3.12)$$

Рівняння (3.12) є законом Стокса, котрий виражає *параболічний розподіл швидкостей у перерізі трубопроводу за ламінарного руху*.

Для визначення витрати рідини за ламінарного руху варто розглянути елементарний кільцевий переріз із внутрішнім радіусом  $r$  і зовнішнім радіусом  $(r + dr)$ , площа якого дорівнює  $dS = 2\pi r dr$ . Об'ємна витрата рідини через цей переріз становить:

$$dQ = w_r dS = w_r 2\pi r dr ,$$

або, з урахуванням рівняння (3.10):

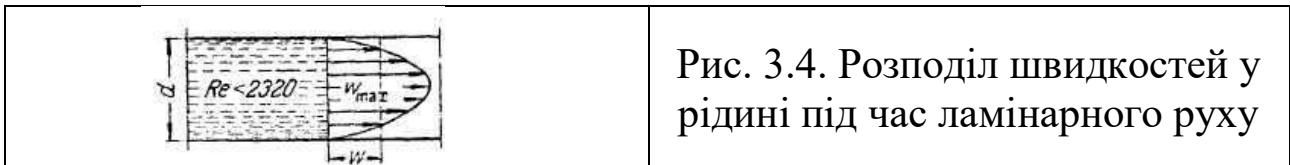
$$dQ = \frac{P_1 - P_2}{4\mu l} (R^2 - r^2) 2\pi r dr .$$

Після інтегрування даного рівняння, отримаємо загальну витрату рідини через трубу:

$$Q = \frac{P_1 - P_2}{4\mu l} \int_0^R (R^2 - r^2) 2\pi r dr = \frac{P_1 - P_2}{4\mu l} \left( 2\pi R^2 \int_0^R r dr - 2\pi \int_0^R r^3 dr \right) = \frac{P_1 - P_2}{8\mu l} \pi R^4 . \quad (3.13)$$

Підставляючи замість  $R$  діаметр труби  $d = 2R$  і позначаючи  $(p_1 - p_2) = \Delta p$ , остаточно отримуємо:

$$Q = \frac{\pi d^4 \Delta p}{128\mu l} . \quad (3.14)$$



Рівняння (3.13) або (3.14), що визначає витрату рідини за її ламінарного руху по круглій прямій трубі, називається **рівнянням Пуазейля**.

Співвідношення між середньою швидкістю  $w$  і максимальною швидкістю  $w_{\max}$  можна отримати, порівнявши значення  $Q$  з рівнянь (3.1) і (3.13):

$$Q = wS = w\pi R^2 \quad \text{і} \quad w\pi R^2 = \frac{P_1 - P_2}{8\mu l} \pi R^4 ,$$

звідки:

$$w = \frac{p_1 - p_2}{8\mu l} R^2 = \frac{w_{\max}}{2}. \quad (3.15)$$

Отже, за ламінарного потоку у трубі середня швидкість рідини дорівнює половині швидкості по осі труби.

Відповідно параболічний закон розподілу швидкостей по перерізу труби (рис. 3.4), який виражається рівнянням (3.12), може бути представлений у вигляді:

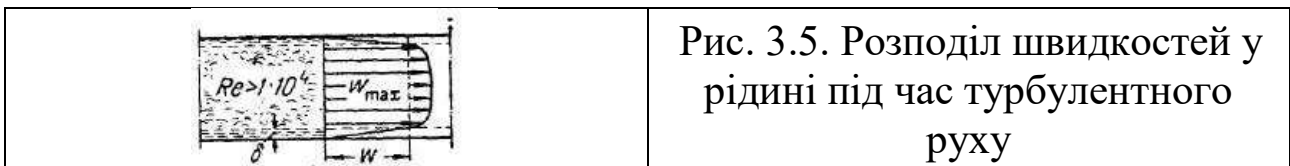
$$w_r = 2w \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (3.16)$$

Цей закон, виведений теоретично, добре підтверджується епюрами швидкостей, отриманими експериментально.

### 3.4. Характеристики турбулентного потоку

У виробничій практиці найпоширеніший турбулентний рух рідин.

За турбулентного руху через хаотичний рух частинок відбувається вирівнювання швидкостей у основній масі потоку, і їх розподіл по перерізу труби характеризується кривою, котра відрізняється за формою від параболи: крива має значно ширшу верхівку (рис. 3.5).

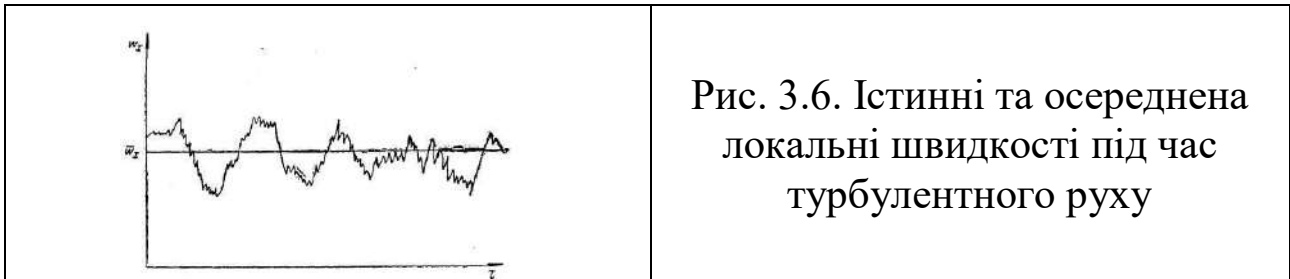


Дослід показує, що середня швидкість при турбулентному русі не дорівнює половині від максимальної, а значно більша, причому  $w/w_{\max} = f(Re)$ . Наприклад, при  $Re = 10^4$  швидкість  $w \approx 0.8 w_{\max}$ , а при  $Re = 10^8$  величина  $w \approx 0.9 w_{\max}$ .

У зв'язку зі складним характером турбулентного руху не видається можливим теоретично отримати профіль розподілу швидкостей і значення  $w/w_{\max}$ . Окрім того, за турбулентного потоку профіль швидкостей відображає розподіл не істинних, а осереднених у часі швидкостей.

У кожній точці турбулентного потоку істинна швидкість на

залишається постійною в часі через хаотичність руху частинок. Її миттєві значення зазнають **флуктуацій (нерегулярних пульсацій)**, які мають хаотичний характер. Типова картина зміни складової істинної миттєвої швидкості  $w_x$  (вздовж осі  $x$  потоку) для деякої точки залежно від часу  $\tau$  наведена на рис. 3.6.



Саму істинну швидкість виміряти неможливо через хаотичне переміщення частинок у всіх напрямках. Швидкості пульсують навколо деякого осередненого за часом значення, стаючи то більшими, то меншими за нього. Для даної точки осереднена за часом швидкість  $\bar{w}_x$  може бути знайдена зі співвідношення:

$$\bar{w}_x = \frac{\int_0^{\tau} w_x d\tau}{\tau} . \quad (3.17)$$

Різницю між миттєвою й осередненою швидкостями називають **миттєвою пульсаційною швидкістю** та позначають як  $\Delta w$ :

$$w - \bar{w} = \Delta w . \quad (3.18)$$

Величина  $\Delta w$  може бути як додатною, так і від'ємною, тому:

$$w = \bar{w} \pm \Delta w . \quad (3.19)$$

Поняття осередненої швидкості не варто плутати з поняттям середньої швидкості. Середня швидкість є не середньою у часі швидкістю в даній точці, а швидкістю, осередненою для всього поперечного перерізу трубопроводу.

Незважаючи на хаотичність змін швидкостей за турбулентного

руху, значення осередненої швидкості за достатньо великий проміжок часу  $\tau$  залишається постійним. При цьому достатньо тривалим може вважатися проміжок часу, котрий вимірюється секундами або частками секунди, оскільки частота пульсацій швидкості дуже висока. Тому замість змін миттєвих швидкостей можна розглядати незалежну від часу зміну осереднених швидкостей за перерізом трубопроводу, хоча турбулентний рух, по суті, неусталений. Отже, осереднення швидкостей у часі дає змогу наближено вважати цей рух стаціонарним. У цьому значенні турбулентний рух можна вважати **квазістаціонарним**.

Інтенсивність турбулентності виражається відношенням:

$$I_T = \frac{\overline{\Delta w}}{\overline{w}}, \quad (3.20)$$

де  $\overline{\Delta w}$  – середнє квадратичне значення пульсаційної швидкості, за допомогою якого осереднюються в усіх напрямках миттєві пульсаційні швидкості за їх абсолютною величиною.

Інтенсивність турбулентності є **мірою пульсацій у даній точці потоку**. За турбулентного руху по трубах  $I_T \approx 0.01 - 0.1$  якщо середні пульсації швидкості однакові в усіх напрямках, то така турбулентність називається **ізотропною**. Реальна турбулентність завжди більше чи менше відрізняється від ізотропної, максимально наближаючись до неї поблизу осі розвиненого турбулентного потоку.

Окрім інтенсивності, іншими важливими характеристиками турбулентності є **масштаб турбулентності** та **турбулентна в'язкість**.

Чим ближче одна до одної розміщені дві частинки рідини в турбулентному потоці, тим ближчі їх істинні швидкості. Водночас у достатньо віддалених одна від одної частинок зовсім немає зв'язку між коливаннями їх швидкостей. Достатньо близько розташовані частинки, котрі рухаються разом, можна вважати такими, які належать до певної єдиної сукупності, яку зазвичай називають **вихором**. Розміри таких вихорів, або глибина їх проникнення до руйнування, яка наближено може бути ототожнена з відстанню між двома найближчими частинками, котрі вже не належать до одного вихору, залежить від ступеня розвитку турбулентності у потоці, або

його масштабу – **масштабу турбулентності**.

Для характеристики турбулентної в'язкості варто розглянути дві частинки рідини в турбулентному потоці, який рухається у напрямку осі  $x$ , паралельно до осі труби. Нехай відстань між частинками у напрямку, перпендикулярному до осі труби, дорівнює  $dy$ . Складові швидкості частинок по напрямку потоку  $\bar{w}_{x,1}$  і  $\bar{w}_{x,2}$  відрізняються одна від одної на  $d\bar{w}_x$ , причому внаслідок різниці швидкостей виникає дотичне напруження  $\tau_H$ , котре визначається за рівнянням:

$$\tau_H = -\mu \frac{d\bar{w}_x}{dy} = -\rho\nu \frac{d\bar{w}_x}{dy}, \quad (3.21)$$

де  $\mu$  і  $\nu$  – динамічна та кінематична в'язкість;  $\rho$  – густина рідини; індекс Н означає «ньютонівське».

У ламінарному потоці  $\tau_H$  було б єдиним напруженням, яке виникає між розташованими на відстані  $dy$  шарами рідини. Але в турбулентному потоці частинки рідини переміщуються відносно одна одної не тільки у повздовжному (разом із потоком), але і у поперечному напрямку. Це створює додаткове дотичне напруження  $\tau_T$ , яке за аналогією з  $\tau_H$  можна виразити рівнянням:

$$\tau_T = -\rho\nu_T \frac{d\bar{w}_x}{dy}. \quad (3.22)$$

Величину  $\tau_T$  називають **коефіцієнтом турбулентної в'язкості**, або просто **турбулентною в'язкістю**.

Турбулентна в'язкість, на відміну від звичайної в'язкості, не фізико-хімічна константа, яка визначається природою рідини, її температурою та тиском. Турбулентна в'язкість залежить від швидкості рідини та інших параметрів, котрі зумовлюють ступінь турбулентності потоку (зокрема відстані від стінки труби).

Сумарне дотичне напруження у потоці визначається, отже, як в'язкістю рідини, так і турбулентністю потоку:

$$\tau = \tau_H + \tau_T = -\rho(\nu + \nu_T) \frac{d\bar{w}_x}{dy}. \quad (3.23)$$

На рис. 3.5 зображено розподіл швидкостей за турбулентного руху. В основній масі потоку швидкості вирівняні за перерізом труби. Проте поблизу стінки труби швидкість різко зменшується, перетворюючись біля самої стінки на нуль. У безпосередній близькості від стінки, з наближенням до неї, рух рідини стає дедалі менше турбулентним і щораз більше ламінарним, унаслідок того, що тверда стінка ніби «гасить» турбулентні пульсації в поперечному напрямку.

Умовно розрізняють центральну зону, або основну масу рідини, котра називається **ядром потоку**, в якій рух є розвиненим турбулентним, та **гідродинамічний граничний шар** поблизу стінки, де відбувається перехід турбулентного руху в ламінарний. Поблизу цього шару є тонкий підшар (біля стінки труби) завтовшки  $\delta$ , де сили в'язкості здійснюють переважний вплив на рух рідини. Тому характер її текучості в підшарі в основному ламінарний. Градієнт швидкості у **ламінарному граничному підшарі** дуже високий, причому біля самої стінки швидкість дорівнює нулю.

Ламінарний підшар дуже тонкий, але явища, які у ньому відбуваються, значно впливають на гідравлічний опір при русі рідини, а також на процеси тепло- і масообміну.

Між ядром потоку і ламінарним підшаром існує **перехідна зона**, причому ламінарний підшар і цю зону іноді називають **гідродинамічним граничним шаром**. Товщина його визначається тим, що напруження зсуву між частинками рідини у граничному шарі, зумовлені її в'язкістю та турбулентними пульсаціями, стають порівнюваними за порядком.

З наведеного спрощеного уявлення про структуру турбулентного потоку випливає, що турбулентний рух завжди супроводжується ламінарним біля твердої границі потоку (біля стінки потоку). В дійсності структура турбулентного потоку складніша, оскільки чітких границь між зазначеними зонами немає. Тому точніше використовувати уявлення не про суто ламінарний, а про **в'язкий підшар**, у якому вплив в'язкості переважає над впливом турбулентних пульсацій, тобто його товщина характеризується тим, що у цьому підшарі  $v > v_T$ .

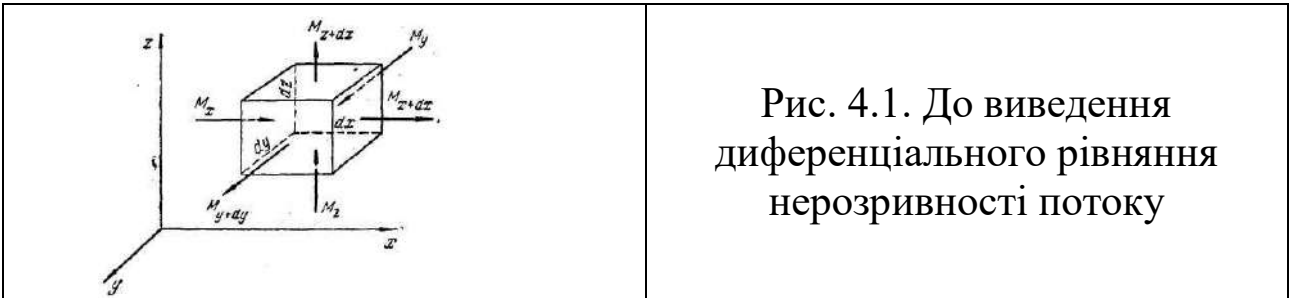
## 4. ЗАКОНИ РУХУ РІДИН

- 4.1. Рівняння нерозривності потоку.
- 4.2. Диференціальні рівняння руху рідини.
- 4.3. Рівняння Бернуллі.
- 4.4. Практичне застосування рівняння Бернуллі.

### 4.1. Рівняння нерозривності потоку

Існує загальна залежність між швидкостями у потоці рідини, для якого дотримано умову суцільності, або нерозривності, руху, тобто не утворюється порожнин, не заповнених рідиною.

Нехай у потоці рідини виділено елементарний паралелепіпед об'ємом  $dV = dx dy dz$ , ребра якого орієнтовані паралельно до осей координат (рис. 4.1).



Нехай складова швидкості потоку вздовж осі  $x$  у точках, котрі лежать на лівій грані паралелепіпеда площею  $dS = dy dz$ , дорівнює  $w_x$ . Тоді, згідно з рівнянням (3.2), через цю грань у паралелепіпед увійде вздовж осі  $x$  за одиницю часу маса рідини  $\rho w_x dy dz$ , а за проміжок часу  $dt$  – маса рідини  $M_x = \rho w_x dy dz dt$ .

На протилежній (правій) грані паралелепіпеда швидкість і густина рідини можуть відрізнитися від відповідних величин на лівій грані та будуть дорівнювати:

$$\left( w_x + \frac{\partial w_x}{\partial x} dx \right) \quad \text{і} \quad \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right).$$

Тоді через праву грань паралелепіпеда за той самий час  $dt$  вийде маса рідини:

$$M_{x+dx} = \left[ \rho w_x + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} dx \right] dy dz dt.$$

Прирощення маси рідини в паралелепіпеді вздовж осі  $x$ :

$$dM_x = M_x - M_{x+dx} = -\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} dx dy dz d\tau.$$

Якщо складові швидкостей вздовж осей  $y$  і  $z$  дорівнюють  $w_y$  і  $w_z$  відповідно, то прирощення маси рідини в елементарному об'ємі вздовж цих осей за аналогією складе:

$$dM_y = -\frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} dy dx dz d\tau,$$

$$dM_z = -\frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} dz dx dy d\tau.$$

Загальне накопичення маси рідини в паралелепіпеді за час  $d\tau$  дорівнює сумі її прирощень уздовж усіх осей координат:

$$dM = -\left[ \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} \right] dx dy dz d\tau.$$

Водночас зміна маси у повністю заповненому рідиною об'ємі паралелепіпеда можлива лише внаслідок зміни густини рідини в цьому об'ємі. Тому:

$$dM = -\frac{\partial\rho}{\partial\tau} dx dy dz d\tau.$$

Прирівнюючи обидва вирази  $dM$ , скорочуючи на  $(-dx dy dz)$  і переносячи  $\frac{\partial\rho}{\partial\tau}$  у ліву частину рівняння, остаточно отримаємо:

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau} + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0. \quad (4.1)$$

Рівняння (4.1) є диференціальним рівнянням нерозривності потоку для неусталеного руху стискуваної рідини.

В усталеному потоці густина не змінюється з часом, тобто  $\frac{\partial\rho}{\partial\tau} = 0$ , і рівняння (4.1) набуває вигляду:

$$\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0. \quad (4.2)$$

Для крапельних рідин, які майже не стискаються, а також для газів у умовах ізотермічного потоку за швидкостей, значно менших за швидкість звуку,  $\rho = \text{const}$  і, отже:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \quad (4.3)$$

Рівняння (4.3) є диференціальним рівнянням нерозривності потоку нестискуваної рідини.

Сума змін швидкості вздовж осей координат у лівій частині рівняння (4.3) називається дивергенцією вектора швидкості та позначається як  $\text{div } w$ . Тому дане рівняння можна представити як:

$$\text{div } w = 0. \quad (4.4)$$

Для того, щоб перейти від елементарного об'єму до усього об'єму рідини, яка рухається суцільним потоком (без розривів і порожнин) по трубопроводу змінного перерізу (рис. 4.2), необхідно проінтегрувати диференціальне рівняння (4.2).

Якби площа перерізу трубопроводу не змінювалася, то для усталеного односпрямованого руху (у напрямку осі  $x$ ) інтегрування рівняння (4.2) дало б залежність:  $\rho \cdot w = \text{const}$ .

Якщо ж площа перерізу  $S$  трубопроводу змінна, то, інтегруючи також за площею, отримаємо:

$$\rho \cdot w \cdot S = \text{const} \quad (4.5)$$

Для трьох різних перерізів (1–1, 2–2, 3–3) трубопроводу маємо:

$$\rho_1 \cdot w_1 \cdot S_1 = \rho_2 \cdot w_2 \cdot S_2 = \rho_3 \cdot w_3 \cdot S_3 \rho, \quad (4.6)$$

або:

$$M_1 = M_2 = M_3.$$

Вираз (4.5) або (4.6) є рівнянням нерозривності (суцільності) потоку в його інтегральній формі для усталеного руху. Це рівняння називається також рівнянням постійності витрати.

Згідно з рівнянням постійності витрати, *за усталеного руху рідини, котра повністю заповнює трубопровід, через кожний його поперечний переріз проходить за одиницю часу одна і та ж кількість рідини.*

Для крапельних рідин  $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \text{const}$ , і рівняння (4.5) набуває вигляду:

$$w \cdot S = \text{const.} \quad (4.7)$$

Отже:

$$w_1 \cdot S_1 = w_2 \cdot S_2 = w_3 \cdot S_3 = \text{const}, \quad (4.8)$$

або:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3.$$

З рівняння (4.8) випливає, що *швидкості крапельної рідини в різних поперечних перерізах трубопроводу обернено пропорційні до площі цих перерізів.*

Згідно з рівнянням (4.5), масова витрата рідини через початковий переріз трубопроводу дорівнює її витраті через кінцевий переріз трубопроводу. Отже, рівняння постійності витрати є **окремим випадком закону збереження маси** та виражає **матеріальний баланс потоку.**

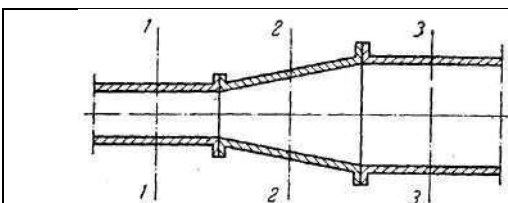


Рис. 4.2. До виведення рівняння постійності витрати

У деяких випадках, таких як закипання рідини внаслідок різкого зменшення тиску, утворюється пара, що може призвести до розриву потоку. За таких умов, які спостерігаються часом під час роботи насосів, рівняння нерозривності потоку не виконується.

## 4.2. Диференціальні рівняння руху рідини

Розглянемо усталений потік ідеальної рідини, тобто такої, котра не має в'язкості, а отже, рухається без тертя.

Як і при виведенні диференціальних рівнянь рівноваги Ейлера, виділимо у потоці елементарний паралелепіпед об'ємом  $dV = dx dy dz$ , орієнтований відносно осей координат (див. рис. 4.1). Як було показано раніше, проєкції на осі координат сил тяжіння та тиску, які діють на паралелепіпед, становлять:

$$\text{для осі } x: \quad -\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz,$$

$$\text{для осі } y: \quad -\frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz,$$

$$\text{для осі } z: \quad -\left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz\right) dx dy.$$

Згідно з основним принципом динаміки, **сума проєкцій сил, діючих на елементарний об'єм рухомої рідини, дорівнює добутку маси рідини на її прискорення.**

Маса рідини в об'ємі паралелепіпеда  $dm = \rho dx dy dz$ .

Якщо рідина рухається зі швидкістю  $w$ , то її прискорення дорівнює  $\frac{dw}{d\tau}$ , а проєкції прискорення на осі координат:  $\frac{dw_x}{d\tau}$ ,  $\frac{dw_y}{d\tau}$  і  $\frac{dw_z}{d\tau}$ , де  $w_x$ ,  $w_y$  і  $w_z$  – складові швидкості вздовж осей  $x$ ,  $y$  і  $z$ . Звичайно, при цьому відповідні похідні за часом не означають змін у часі складових швидкості у будь-якій фіксованій точці простору. Такі зміни дорівнюють нулю у разі усталеного потоку. Наведені похідні відповідають зміні у часі значень  $w_x$ ,  $w_y$  і  $w_z$  при переміщенні частинки рідини з однієї точки простору до іншої.

Відповідно до основного принципу динаміки:

$$\rho dx dy dz \frac{dw_x}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz;$$

$$\rho dx dy dz \frac{dw_y}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz;$$

$$\rho dx dy dz \frac{dw_z}{d\tau} = \left(-\rho g - \frac{\partial p}{\partial z}\right) dx dy dz$$

або, після скорочення:

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{dw_x}{d\tau} &= -\frac{\partial p}{\partial x} \\ \rho \frac{dw_y}{d\tau} &= -\frac{\partial p}{\partial y} \\ \rho \frac{dw_z}{d\tau} &= -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

де  $\frac{dw_x}{d\tau}$ ,  $\frac{dw_y}{d\tau}$  і  $\frac{dw_z}{d\tau}$  – субстанційні похідні, виражені згідно з рівнянням (3.7):

$$\left. \begin{aligned} \frac{dw_x}{d\tau} &= \frac{\partial w_x}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_x}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_x}{\partial z} w_z \\ \frac{dw_y}{d\tau} &= \frac{\partial w_y}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_y}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_y}{\partial z} w_z \\ \frac{dw_z}{d\tau} &= \frac{\partial w_z}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_z}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_z}{\partial z} w_z \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

Система рівнянь (4.9) з урахуванням рівняння (3.7) для субстанційних похідних є диференціальними рівняннями руху ідеальної рідини Ейлера для усталеного потоку.

За неусталеного руху швидкість рідини змінюється не лише при переміщенні частинки потоку з однієї точки простору до іншої, але і зі зміною часу в кожній точці. Тому, відповідно до рівняння (3.6), складові прискорення в рівнянні (4.9), які виражаються субстанційними похідними для неусталених умов, мають вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dw_x}{d\tau} &= \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \frac{\partial w_x}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_x}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_x}{\partial z} w_z \\ \frac{dw_y}{d\tau} &= \frac{\partial w_y}{\partial \tau} + \frac{\partial w_y}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_y}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_y}{\partial z} w_z \\ \frac{dw_z}{d\tau} &= \frac{\partial w_z}{\partial \tau} + \frac{\partial w_z}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_z}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_z}{\partial z} w_z \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

Система рівнянь (4.9) з урахуванням рівняння (3.6) для субстанційних похідних – це диференціальні рівняння руху ідеальної рідини Ейлера для неусталеного потоку.

Проте під час руху реальної рідини в потоці, крім сил тиску і тяжіння, діють також сили тертя.

Дія сил тертя  $T$  на виділений у об'ємі потоку елементарний паралелепіпед виявляється у виникненні на його поверхні дотичних напружень  $\tau$ . Розглянемо спочатку відносно простий випадок одновимірного плаского потоку крапельної рідини у напрямку осі  $x$ , коли проєкція швидкості  $w_x$  залежить лише від відстані  $z$  до горизонтальної площі відліку (рис. 4.3).

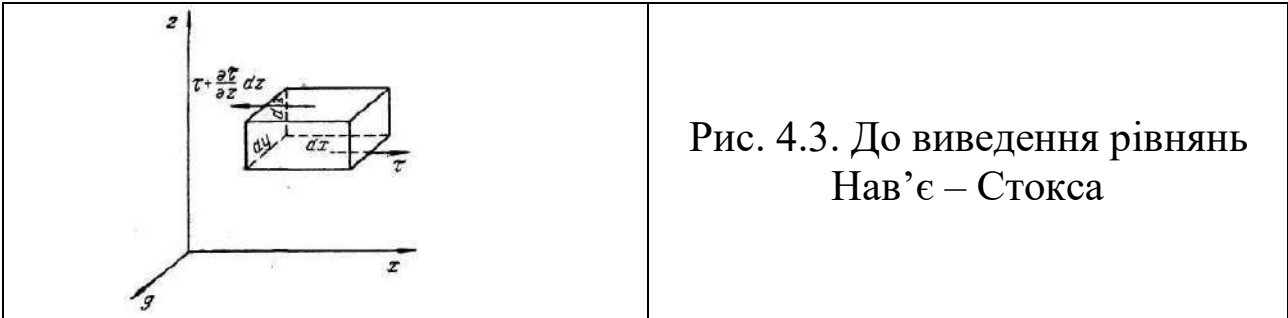


Рис. 4.3. До виведення рівнянь Нав'є – Стокса

За цих умов дотичні напруження виникають лише на поверхнях  $dF$  верхньої та нижньої граней елементарного паралелепіпеда, причому  $dF = dxdy$ . Якщо дотичне напруження на нижній грані паралелепіпеда дорівнює  $\tau$ , то на верхній грані воно складає  $\left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial z} dz\right)$ . Похідна  $\frac{\partial \tau}{\partial z}$  виражає зміну дотичного напруження вздовж осі  $z$  у точках, розміщених на нижній грані паралелепіпеда, а  $\frac{\partial \tau}{\partial z} dz$  – зміна цього напруження вздовж усієї довжини  $dz$  ребра паралелепіпеда.

Показані на рисунку стрілками напрямки сил тертя, докладених до паралелепіпеда на його нижній та верхній гранях, зумовлені, наприклад, тим, що повільніші вище розташовані шари рідини пригальмовують шар, в якому знаходиться паралелепіпед, а швидші нижчерозташовані шари «розганяють» його.

Тоді проєкція рівнодіючої сил тертя на вісь  $z$ :

$$\tau dxdy - \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial z} dz\right) dxdy = -\frac{\partial \tau}{\partial z} dxdydz.$$

Підставивши у цей вираз значення дотичного напруження  $\tau$  за рівнянням (2.9), отримаємо:

$$\mu \frac{\partial \left(\frac{\partial w_x}{\partial z}\right)}{\partial z} dxdydz = \mu \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} dxdydz.$$

У загальнішому випадку тривимірного потоку складова швидкості  $w_x$  буде змінюватись не лише у напрямку  $z$ , але і у напрямках усіх трьох осей координат. Тоді проекція рівнодіючої сил тертя на вісь  $x$  набуде вигляду:

$$\mu \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} \right) dx dy dz.$$

Суму других похідних по осях координат називають оператором Лапласа:

$$\frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} = \nabla^2 w_x.$$

Отже, проекція рівнодіючої сил тертя на вісь  $x$  може бути представлена як:

$$\mu \nabla^2 w_x dx dy dz.$$

Відповідно проекції рівнодіючої сил тертя:

$$\text{на вісь } y \quad \mu \nabla^2 w_y dx dy dz;$$

$$\text{на вісь } z \quad \mu \nabla^2 w_z dx dy dz.$$

Проекції на осі координат рівнодіючої усіх сил (тяжіння, тиску та тертя), діючих на елементарний об'єм крапельної рідини (з урахуванням проекцій сил тяжіння та тиску, отриманих при виведенні рівнянь Ейлера), складатимуть:

$$\left. \begin{array}{l} \text{на вісь } x \quad \left( -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 w_x \right) dx dy dz, \\ \text{на вісь } y \quad \left( -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 w_y \right) dx dy dz, \\ \text{на вісь } z \quad \left( -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 w_z \right) dx dy dz \end{array} \right\}.$$

Суми проєкцій сил на осі координат, відповідно до основного принципу динаміки, повинні дорівнювати добутку маси рідини  $\rho dx dy dz$ , яка міститься в елементарному об'ємі, на проєкції прискорення по осі координат. Тому, прирівнюючи проєкції рівнодіючої добутків маси на проєкції прискорення, після скорочення на  $dx dy dz$ , отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial w_x}{\partial \tau} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 w_x, \\ \rho \frac{\partial w_y}{\partial \tau} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 w_y, \\ \rho \frac{\partial w_z}{\partial \tau} &= -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 w_z \end{aligned} \right\}, \quad (4.12)$$

де відповідні субстанційні похідні виражені для усталеного та неусталеного потоків рівняннями (4.10) і (4.11).

Рівняння (4.12) є **рівняннями Нав'є – Стокса, котрі описують рух в'язкої крапельної рідини.**

Ліві частини рівнянь (4.12) виражають добуток маси одиниці об'єму  $\rho$  на проєкцію її прискорення, тобто є проєкціями рівнодіючої сил інерції, виникаючих у рухомій рідині.

У правих частинах тих же рівнянь добуток  $\rho g$  відображає зміни сил тяжіння, часткові похідні  $\frac{\partial p}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial p}{\partial y}$  і  $\frac{\partial p}{\partial z}$  – вплив зміни гідростатичного тиску, а добуток в'язкості на суму других похідних проєкцій швидкості – вплив сил тертя на рідину, яка рухається.

Кожний член рівнянь (4.12) має розмірність відповідної сили (тяжіння, тиску, тертя або інерції), віднесеної до одиниці об'єму рідини.

При русі ідеальної рідини, коли сил тертя немає, при підстановці  $\mu = 0$  у рівняння (4.12) останні збігаються з рівнянням (4.9), тобто рівняння Ейлера можна отримати як окремий випадок рівнянь Нав'є – Стокса.

Повний опис руху в'язкої рідини в його найзагальнішій формі можливий через розв'язання рівнянь Нав'є–Стокса разом із рівнянням нерозривності потоку. Проте рівняння Нав'є – Стокса не можуть бути розв'язані в загальному вигляді. Отримані розв'язки цієї складної системи рівнянь лише для деяких окремих випадків. Так, для усталеного ламінарного руху рідини розв'язання рівнянь

Нав'є–Стокса допомагає отримати рівняння Пуазейля, отримане раніше в інший спосіб.

У більшості найважливіших для промислової практики випадків використання рівнянь Нав'є–Стокса стає можливим або за методом спрощених припущень, або при перетворенні цих рівнянь методами теорії подібності.

### 4.3. Рівняння Бернуллі

Розв'язки рівнянь руху Ейлера для усталеного потоку приводить до одного з найважливіших і широко використовуваних рівнянь гідродинаміки – рівняння Бернуллі.

Помноживши ліві та праві частини кожного із рівнянь (4.9) відповідно на  $dx$ ,  $dy$  і  $dz$  та поділивши на густину рідини  $\rho$ , отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} dw_x &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} dx, \\ \frac{dy}{d\tau} dw_y &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} dy, \\ \frac{dz}{d\tau} dw_z &= -gdx - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} dz. \end{aligned} \right\}$$

Додамо ці рівняння, враховуючи, що похідні  $\frac{dx}{d\tau}$ ,  $\frac{dy}{d\tau}$  і  $\frac{dz}{d\tau}$  виражають проекції  $w_x$ ,  $w_y$ ,  $w_z$  швидкості на відповідні осі координат. Тоді:

$$w_x dw_x + w_y dw_y + w_z dw_z = -gdx - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right). \quad (4.13)$$

Складові лівої частини цього рівняння можуть бути представлені як:

$$w_x dw_x = d\left(\frac{w_x^2}{2}\right), \quad w_y dw_y = d\left(\frac{w_y^2}{2}\right) \quad \text{і} \quad w_z dw_z = d\left(\frac{w_z^2}{2}\right),$$

отже, їх сума:

$$w_x dw_x + w_y dw_y + w_z dw_z = d\left(\frac{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2}{2}\right) = d\left(\frac{w^2}{2}\right),$$

де  $w = \left| \vec{w} \right|$  – швидкість, складові якої вздовж відповідних осей дорівнюють  $w_x$ ,  $w_y$  і  $w_z$ .

Водночас сума членів у дужках у правій частині рівняння (4.13) є повним диференціалом тиску  $dp$  (за ustalених умов тиск залежить лише від положення точки у просторі, але у кожній точці не змінюється з часом). Отже:

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) = -\frac{dp}{\rho} - g dz.$$

Поділивши обидві частини цього рівняння на прискорення вільного падіння  $g$  і перенісши всі його члени в ліву частину, знаходимо:

$$d\left(\frac{w^2}{2g}\right) + \frac{dp}{\rho g} + dz = 0,$$

причому для нестискуваної рідини  $\rho = \text{const}$ .

Сума диференціалів може бути замінена на диференціал суми, тому:

$$d\left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{w^2}{2g}\right) = 0,$$

звідки:

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{w^2}{2g} = \text{const}. \quad (4.14)$$

Рівняння (4.14) для будь-яких двох поперечних перерізів 1 і 2 потоку можна подати у вигляді:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}. \quad (4.15)$$

Рівняння (4.14) є **рівнянням Бернуллі для ідеальної рідини**.

Величину  $\left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{w^2}{2g}\right)$  називають **повним гідродинамічним напором** або просто **гідродинамічним напором**.

Отже, згідно з рівнянням Бернуллі, *для всіх поперечних перерізів усталеного потоку ідеальної рідини гідродинамічний напір залишається незмінним.*

Гідродинамічний напір має три складові, з яких перші дві входили до основного рівняння гідростатики:

$z$  – **нівелірна висота** (геометричний, або висотний, напір ( $h_z$ ), є **питомою потенційною енергією** положення у даній точці (даному перетині);

$\frac{p}{\rho g}$  – **напір тиску** ( $h_{тиск}$ ), або **п'єзометричний напір**, характеризує **питому потенційну енергію тиску** в даній точці (даному перерізі);

Сума  $\left(z + \frac{p}{\rho g}\right)$ , яка називається повним гідростатичним або просто **статичним напором** ( $h_{ст}$ ), виражає **повну питому потенційну енергію** в даній точці (даному перерізі).

Величини  $z$  і  $\frac{p}{\rho g}$  можуть бути виражені як в одиницях довжини, так і в одиницях питомої енергії, тобто енергії, котра припадає на одиницю ваги рідини.

Третя складова,  $\frac{w^2}{2g}$ , також виражена в одиницях довжини:

$$\left[\frac{w^2}{2g}\right] = \left[\frac{m^2 \cdot c^2}{c^2 \cdot m}\right] = [m],$$

або після множення та ділення на одиницю ваги ( $H$  – у системі СІ):

$$\left[\frac{w^2}{2g}\right] = \left[\frac{H \cdot m}{H}\right] = \left[\frac{Дж}{H}\right].$$

Величину  $\frac{w^2}{2g}$  називають **швидкісним, або динамічним, напором** і позначають через  $h_{шв}$ . Швидкісний напір характеризує **питому кінетичну енергію** в даній точці (даному перерізі).

Отже, згідно з рівнянням Бернуллі, *за усталеного руху ідеальної рідини сума швидкісного та статичного напорів, котра дорівнює гідродинамічному напору, не змінюється при переході від одного поперечного перерізу потоку до іншого.*

Разом із цим з рівняння Бернуллі випливає, що *за усталеного руху ідеальної рідини сума потенційної  $\left(z + \frac{p}{\rho g}\right)$  та кінетичної  $\left(\frac{w^2}{2g}\right)$  енергій рідини для кожного з поперечних перерізів потоку залишається незмінною.*

При зміні поперечного перерізу потоку та, відповідно, швидкості руху рідини відбувається перетворення енергії: внаслідок звуження трубопроводу частина потенційної енергії тиску переходить у кінетичну і, навпаки, при розширенні трубопроводу частина кінетичної енергії переходить у потенційну, але загальна кількість енергії залишається постійною. Звідси випливає, що для ідеальної рідини кількість енергії, яка надходить із потоком через початковий переріз трубопроводу, дорівнює кількості енергії, котра вилучається з потоком через кінцевий переріз трубопроводу.

Отже, **рівняння Бернуллі є окремим випадком закону збереження енергії і виражає енергетичний баланс потоку.**

Якщо помножити ліву та праву частини рівняння (4.15) на питому вагу рідини  $\gamma = \rho g$ , то рівняння Бернуллі для ідеальної рідини можна записати у такому вигляді:

$$\rho g z_1 + p_1 + \frac{\rho w_1^2}{2} = \rho g z_2 + p_2 + \frac{\rho w_2^2}{2} . \quad (4.16)$$

У рівнянні (4.16) кожний член виражає питому енергію в даній точці, віднесену не до одиниці ваги, а до одиниці об'єму рідини ( $1 \text{ м}^3$ ). Наприклад:

$$[p] = \left[ \frac{H}{\text{м}^2} \right] = \left[ \frac{H \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{м}} \right] = \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} \right] .$$

У разі горизонтально розташованого трубопроводу рівняння Бернуллі для ідеальної рідини спрощується:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} . \quad (4.17)$$

Нехай потік рідини рухається по трубопроводу змінного перерізу (рис. 4.4).

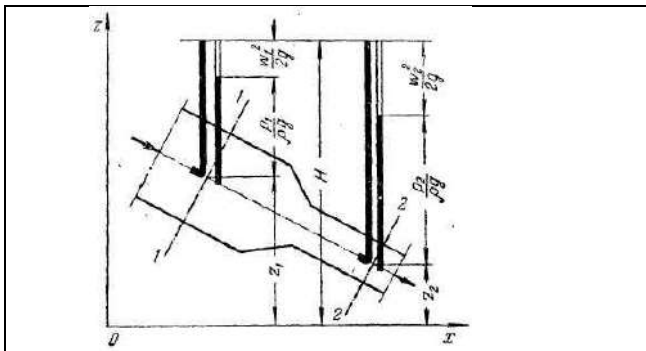


Рис. 4.4. До рівняння Бернуллі для ідеальної рідини

Для точок, розташованих по осі трубопроводу в поперечних перерізах 1–1 і 2–2, нівелірні висоти дорівнюють  $z_1$  і  $z_2$  відповідно. У кожній з цих точок встановлено дві вертикальні відкриті так звані **п'єзометричні трубки**, в однієї з яких нижній кінець загнутий назустріч потоку рідини у трубопроводі.

У прямих вертикальних трубках (з незагнутими нижніми кінцями) рідина піднімається на висоту, котра відповідає гідростатичному тиску у точках їх занурення, тобто ці трубки будуть вимірювати **п'єзометричні напори** у відповідних точках.

У трубках із зігненими кінцями, спрямованими назустріч потоку, рівень рідини буде вищим, ніж у сусідніх незагнених трубках, оскільки трубки із зігнутими кінцями будуть показувати **суму п'єзометричного та динамічного (швидкісного) напорів**. Проте в усіх трубках із зігнутими нижніми кінцями рідина піднімається на одну і ту ж висоту відносно довільної горизонтальної площини порівняння, котра дорівнює гідродинамічному напору  $H$ .

Площа поперечного перерізу 2–2 трубопроводу менша за переріз 1–1. Тому швидкість рідини  $w_2$  за даної її витрати, згідно з рівнянням нерозривності потоку, буде більшою за  $w_1$ . Відповідно  $\frac{w_1^2}{2g}$

$$> \frac{w_2^2}{2g}.$$

У будь-якому поперечному перерізі трубопроводу **швидкісний напір** можна виміряти за різницею показань установлених тут трубок. Отже, ця різниця повинна бути більшою для перерізу 2–2, ніж для перерізу 1–1. Водночас з рівняння Бернуллі випливає, що висота рівня рідини у прямій трубці у перерізі 2–2 повинна бути меншою за відповідну висоту у прямій трубці перерізу 1–1, настільки ж, наскільки швидкісний напір у прямій трубці у перерізі 2–2 більший, ніж у перерізі 1–1.

Під час руху реальних рідин починають діяти сили внутрішнього тертя, зумовлені в'язкістю рідини і режимом її руху, а також сили тертя об стінки труби. Ці сили здійснюють опір руху рідини. На подолання виниклого **гідравлічного опору** повинна витратитися деяка частина енергії потоку. Тому загальна кількість енергії потoku по довжині трубопроводу буде неперервно зменшуватися внаслідок переходу потенційної енергії у **втрачену енергію** – ту, яка витрачається на тертя і незворотно втрачається при розсіюванні тепла у довкілля.

При цьому для двох будь-яких перерізів 1–1 і 2–2 трубопроводу, розташованих по ходу руху реальної рідини:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} > z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}.$$

Під час руху реальної рідини висоти її підняття у трубках з кінцями, поверненими назустріч потоку, уже не будуть рівними у перерізах 1–1 і 2–2, як у випадку руху ідеальної рідини. Різниця висот у цих трубках, зумовлена втратами енергії на шляху рідини від перерізу 1–1 до перерізу 2–2, характеризує **втрачений напір**  $h_{втр}$ .

Для збереження балансу енергії при русі реальної рідини до правої частини рівняння (4.15) необхідно додати член, котрий виражає втрачений напір. Тоді отримаємо **рівняння Бернуллі для реальних рідин**:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} + h_{втр}. \quad (4.18)$$

Втрачений напір  $h_{втр}$  характеризує **питому енергію, витрачену на подолання гідравлічного опору при русі реальної рідини**.

Рівняння (4.18) може бути записане в іншому вигляді, якщо помножити обидві його частини на  $\rho g$ :

$$\rho g z_1 + p_1 + \frac{\rho w_1^2}{2} = \rho g z_2 + p_2 + \frac{\rho w_2^2}{2} + \Delta p_{втр}. \quad (4.19)$$

У рівнянні (4.19) величина  $\Delta p_{втр}$  – **втрачений тиск**, котрий дорівнює:

$$\Delta p_{\text{стр}} = \rho g h_{\text{стр}} \cdot \quad (4.20)$$

Визначення втрат напору або тиску практично важлива задача, пов'язана з розрахунком енергії, необхідної для переміщення реальних рідин за допомогою насосів, компресорів та ін. Важкість її вирішення зумовлена тим, що розв'язання системи диференціальних рівнянь, які описують рух реальної рідини, у більшості випадків виявляється неможливим.

#### 4.4. Практичне застосування рівняння Бернуллі

Для визначення швидкостей та витрат рідини у промисловій практиці зазвичай використовують дросельні прилади та пневмометричні трубки.

Принцип роботи **пневмометричних трубок**, наприклад трубки Піто – Прандтля, може бути пояснений за допомогою рис. 4.4. У кожному перерізі різниця рівнів рідини у трубках, зображених на рисунку, виражає швидкісний напір  $h_{шв}$  у точці перерізу на осі труби.

Різницю рівнів робочої рідини у трубках зручніше вимірювати не за допомогою п'езометричних трубок, а за допомогою **диференційного манометра** (рис. 4.5). Його U-подібна трубка заповнена рідиною, яка не змішується з робочою і має значно більшу густину, ніж остання (наприклад, вода або спирт – при роботі з газами або ртуть – при роботі з крапельними рідинами). Це дає змогу вимірювати перепади тисків у разі значного надлишкового тиску (або вакууму) у трубопроводі за відносно невеликої висоти приладу.

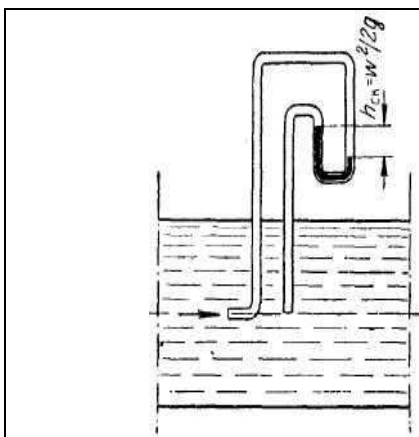


Рис. 4.5. Вимірювання швидкості рідини пневмометричною трубкою

За результатами вимірювань  $h_{\text{об}} = \frac{w^2}{2g}$  знаходять максимальну швидкість рідини вздовж осі трубопроводу. Для визначення середньої швидкості рідини або знімають епюру розподілу швидкостей по перерізу трубопроводу, пересуваючи пневмометричну трубку в різні точки перерізу, або використовують співвідношення між середньою та максимальною швидкостями за ламінарного та турбулентного режимів. Витрату рідини знаходять, множачи середню швидкість на площу поперечного перерізу трубопроводу.

Такий спосіб визначення швидкості та витрати рідини простий, проте недостатньо точний через важкість установа пнемометричних трубок строго вздовж осі трубопроводу.

Тому поширеніше визначення швидкостей і витрат рідини за допомогою **дросельних приладів**, принцип роботи яких базується на вимірюванні перепаду тисків при зміні поперечного перерізу трубопроводу. При штучному звуженні перерізу потоку через дросельний прилад швидкість і, відповідно, кінетична енергія потоку в цьому вузькому перерізі зростають, що приводить до зменшення потенційної енергії тиску в тому ж перерізі. Тому, вимірявши диференціальним манометром перепад тисків між перерізом трубопроводу до його звуження і перерізом у найзвуженішому місці (або поблизу нього), можна вирахувати зміну швидкості між перерізами, а по ній – швидкість і витрату рідини.

Як дросельні прилади використовують мірні діафрагми, сопла і труби Вентурі.

**Мірна діафрагма** (рис. 4.6) – тонкий диск з отвором круглого перерізу, центр якого розташований на осі труби.

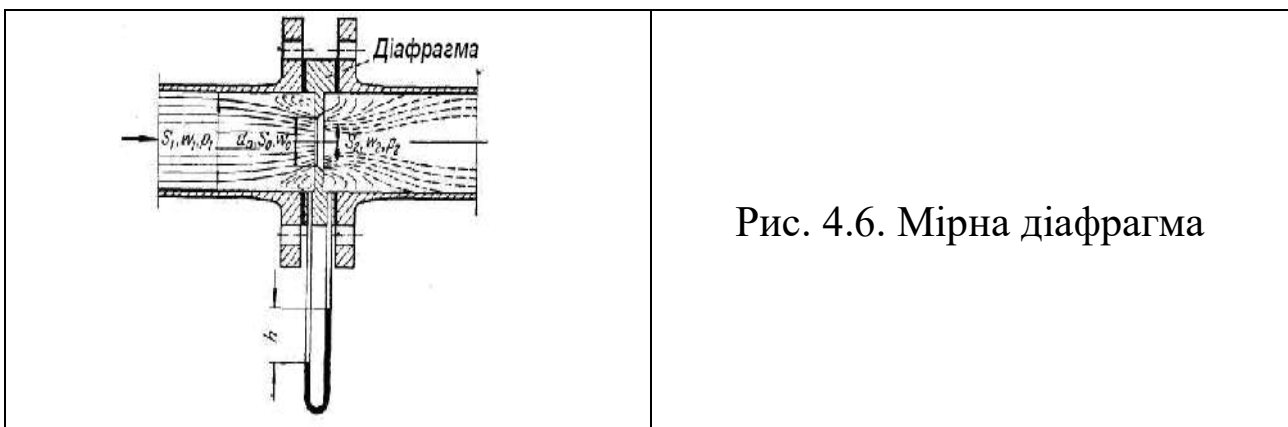
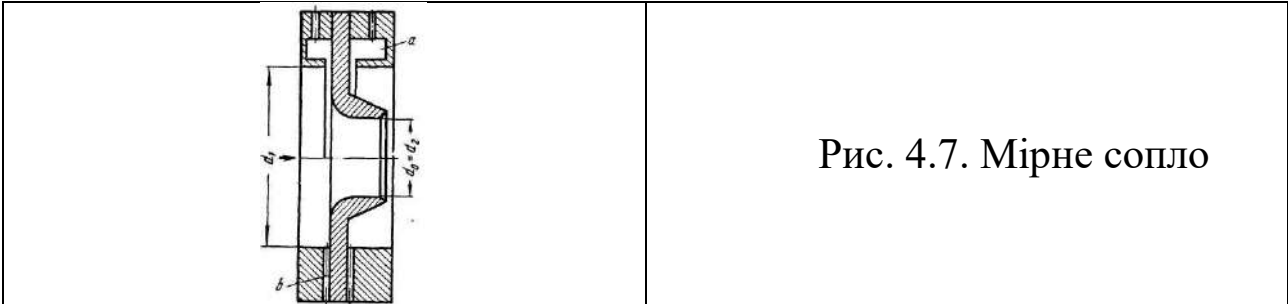
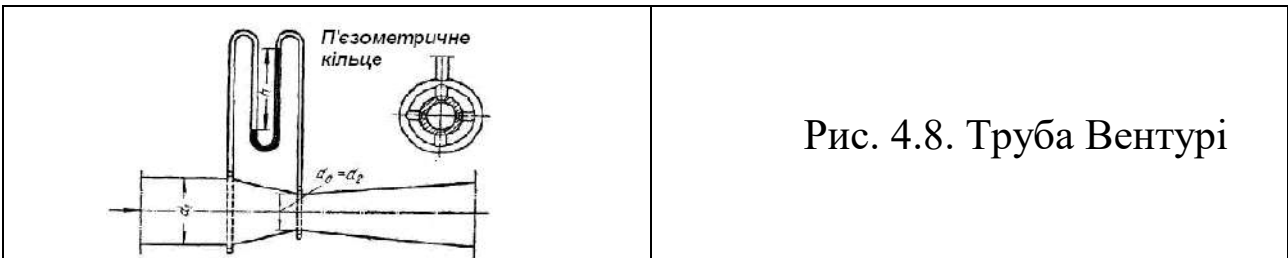


Рис. 4.6. Мірна діафрагма

**Мірне сопло** (рис. 4.7) – насадка з плавним закругленим вхідом і циліндричний вихід. Дифманометри мірних сопел чи діафрагм під'єднують до трубопроводу через кільцеві камери *a*, з'єднані з внутрішнім простором трубопроводу отворами, рівномірно розташованими по колу або двома каналами *б*.



**Труба Вентурі** (рис. 4.8) має поступово звужений переріз, який потім знову розширюється до початкового розміру. Внаслідок такої форми труби Вентурі втрата тиску в ній менша, ніж у діафрагмах або соплах. Разом із тим довжина труби Вентурі дуже велика порівняно з товщиною діафрагми або сопла, які можуть бути встановлені між фланцями трубопроводу.



У трубі Вентурі й у соплі площа перерізу стисненого струменя  $S_2 = \frac{\pi d_1^2}{4}$  дорівнює площі самого отвору  $S_0 = \frac{\pi d_0^2}{4}$  ( $S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$  – площа перерізу трубопроводу, на якому встановлений дросельний прилад). У діафрагмі  $S_2 < S_0$ .

Якщо вважати трубопровід горизонтальним, то для двох перерізів, перепад тисків між якими вимірюється диференціальним манометром, рівняння Бернуллі матиме такий вигляд (якщо знехтувати втратою напору):

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}.$$

Звідки:

$$\frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = h,$$

де  $h$  – перепад (різниця) тисків, вимірювана диференціальним манометром, виражений у метрах стовпа робочої рідини.

Щоб визначити середню швидкість і витрату рідини у трубопроводі, виразимо швидкість  $w_1$  у перерізі труби через швидкість  $w_2$  у вузькому перерізі струменя за діафрагмою, в якому вимірюється тиск  $p_2$ , користуючись рівнянням нерозривності потоку:

$$w_1 = w_2 \frac{S_2}{S_1} = w_2 \frac{d_2^2}{d_1^2}.$$

Підставляючи значення  $w_1$  у вираз різниці швидкісних напорів, отримаємо:

$$\frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_2^2}{2g} \left( \frac{d_2^2}{d_1^2} \right)^4 = h.$$

Об’ємна витрата рідини  $Q$  у перерізі  $S_0$  отвору діафрагми, а отже, і у трубопроводі) дорівнюватиме:

$$Q = \frac{\alpha \pi}{4} d_0^2 \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^4}}, \quad (4.21)$$

де  $\alpha$  – поправковий коефіцієнт ( $\alpha < 1$ ); цим коефіцієнтом враховується зменшення швидкості  $w_0$  у перерізі  $S_0$  порівняно з  $w_2$  через звуження струменя ( $S_0 > S_2$ ), а також втрата напору в діафрагмі.

Коефіцієнт  $\alpha$  називається **коефіцієнтом витрати дросельного приладу**. Його значення залежить від значення критерію Рейнольдса для рідини та від відношення діаметра отвору дросельного приладу до діаметра трубопроводу:

$$\alpha = f\left(\text{Re}, \frac{d_0}{d_1}\right). \quad (4.22)$$

Значення  $\alpha$ , знайдені експериментально, наводяться в довідниковій літературі.

Діаметр дросельного пристрою зазвичай у 3 ÷ 4 рази менший за діаметр трубопроводу, тому величиною  $\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4$  у рівнянні (4.21) можна у першому наближенні знехтувати і знаходити витрату рідини за рівнянням:

$$Q = \frac{\alpha\pi}{4} d_0^2 \sqrt{2gh}. \quad (4.23)$$

Середню швидкість рідини у трубопроводі визначають, поділивши  $Q$  на площу перерізу трубопроводу. Відкидаючи індекси «1» у  $w_1$  і  $d_1$ , отримаємо:

$$w = \alpha \left(\frac{d_0}{d}\right)^2 \sqrt{2gh}. \quad (4.24)$$

У випадку роботи зі стискуваними рідинами (газом або паром) за великих перепадів тиску в рівняння (4.23) і (4.24) вводять ще один поправковий коефіцієнт, котрий враховує зміну густини газу (пари).

Інший приклад практичного використання рівняння Бернуллі – розрахунок витрати рідини при її **витіканні через круглий отвір у тонкому дні** відкритої посудини, в якій підтримується **постійний рівень**  $H$  рідини (рис. 4.9, а).

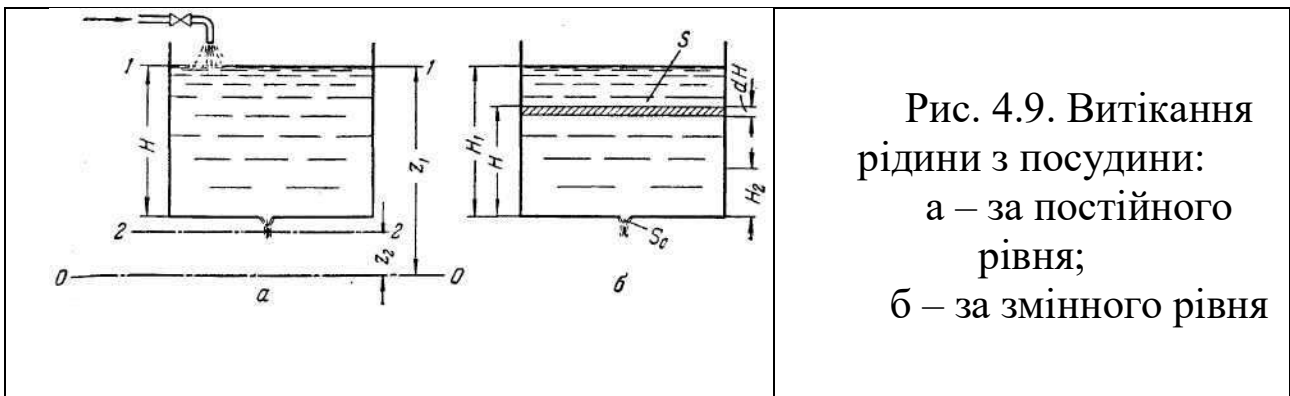


Рис. 4.9. Витікання рідини з посудини:  
а – за постійного рівня;  
б – за змінного рівня

Струмінь, який витікає з такого отвору, різко стискується при виході внаслідок інерційного руху частинок рідини, які наближаються всередині посудини до отвору по криволінійних траєкторіях (деякі з них навіть безпосередньо перед виходом ще ковзають майже паралельно до дна, тобто перпендикулярно до осі струменя). Відстань від дна до *стисненого* перерізу (після якого подальше звуження струменя через збільшення швидкості падаючої рідини виражене значно слабше) невелика і становить близько половини діаметра отвору.

Обравши площину порівняння  $0-0$  паралельною до дна посудини, запишемо рівняння Бернуллі (вважаючи рідину ідеальною) для перерізу  $1-1$ , котрий відповідає верхньому рівню рідини в посудині, і перерізу  $2-2$ , площина якого проходить через вказаний стиснений отвір витікаючого струменя:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}.$$

Для відкритої посудини  $p_1 = p_2$ ; окрім цього, за постійного рівня рідини швидкість її  $w_1 = 0$ . Нехтуючи невеликою відстанню від площини отвору у дні посудини до площини стисненого перерізу струменя, можна вважати, що  $z_1 - z_2 \approx H$ . Звідси:

$$\frac{w_2^2}{2g} = H.$$

Отже:

$$w_2 = \sqrt{2gH}. \quad (4.25)$$

Під час руху реальної рідини частина напору  $H$  витрачається на тертя та подолання опору, зумовленого раптовим звуженням потоку в отворі. Тому швидкість реальної рідини у стисненому перерізі:

$$w_2 = \varphi \sqrt{2gH},$$

де  $\varphi$  – коефіцієнт швидкості ( $\varphi < 1$ ), який враховує втрату напору під час витікання через отвір.

Об'ємна витрата рідини дорівнює добутку її швидкості на площу стисненого перерізу  $S_2$  струменя. Відношення  $\varepsilon = \frac{S_2}{S_0}$  – коефіцієнт стиснення струменя. Тоді:

$$Q = w_2 S_2 = \varphi \sqrt{2gH} \varepsilon S_0,$$

або:

$$Q = \alpha S_0 \sqrt{2gH_0}, \quad (4.26)$$

де  $\alpha$  – **коефіцієнт витрати**; виражається добутком коефіцієнтів швидкості та стиснення струменя:

$$\alpha = \varphi \varepsilon. \quad (4.27)$$

Цей коефіцієнт визначають дослідним способом, його значення залежать від значень критерію  $Re$  і можуть бути знайдені у довідниках залежно від властивостей і швидкості рідини, а також від форми отвору, його розмірів та віддаленості від стінок посудини.

З рівняння (4.26) випливає, що **витрата рідини, яка витікає через отвір у тонкому дні, залежить від висоти постійного рівня рідини над отвором та від розмірів отвору, але не залежить від форми посудини**. Це рівняння можна застосовувати також для визначення витрати рідини, котра витікає через отвір у тонкій бічній стінці посудини, якщо вважати  $H$  відстанню від верхнього рівня рідини до осі отвору.

Для рідин, які мало відрізняються від води за в'язкістю, можна у першому наближенні вважати  $\alpha \approx 0.62$ . При витіканні рідини через короткий циліндричний патрубок (насадку) відбувається додаткова втрата напору на вході та виході рідини, що призводить до зменшення  $\varphi$ . Водночас струмінь при вході у патрубок після деякого звуження знову розширюється й витікає, заповнюючи весь його переріз, тобто можна вважати, що  $\varepsilon = 1$ . У підсумку коефіцієнт витрати рідини при витіканні через насадку виявляється більшим, ніж при витіканні через отвір, і для води може бути взятим  $\alpha \approx 0.82$ .

Якщо посудина, з якої витікає рідина, закрита і тиск  $p_2$  над рідиною у ній відрізняється від зовнішнього тиску  $p_1$ , то при

визначенні витрати за формулою (4.26) замість  $H$  необхідно підставити  $H + \frac{p_2 - p_1}{\rho g}$ , де  $\rho$  – густина рідини.

За допомогою рівняння Бернуллі можна також розрахувати час, необхідний для повного витікання рідини з посудини, тобто за змінного рівня рідини.

При такому витіканні рідини її рівень  $H$  у посудині знижується в часі і, згідно з рівнянням (4.26), зменшується також швидкість витікання  $w_0$ . Отже, процес витікання має нестационарний характер.

За безмежно малий проміжок часу  $d\tau$ , відповідно до рівняння (4.26), через отвір у дні витече об'єм рідини:

$$dV = Qd\tau = \alpha S_0 \sqrt{2gH} d\tau,$$

де  $S_0$  – площа поперечного перерізу отвору у дні посудини.

За той же проміжок часу  $d\tau$  рівень рідини у посудині знизиться на безмежно малу величину  $dH$  і за постійної площі поперечного перерізу  $S$  посудини зменшення рідини у ньому складе:  $dV = -SdH$ .

Знак мінус у правій частині вказує на зменшення висоти рідини у посудині.

Прирівнюючи, згідно з рівнянням нерозривності потоку, ці об'єми, отримаємо:

$$\alpha S_0 \sqrt{2gH} d\tau = -SdH,$$

Звідки:

$$d\tau = -\frac{SdH}{\alpha S_0 \sqrt{2gH}}.$$

Проінтегруємо це рівняння, вважаючи, що коефіцієнт витрати  $\alpha$  постійний, тобто не залежить від швидкості витікання:

$$\int_0^\tau d\tau = -\int_{H_1}^{H_2} \frac{SdH}{\alpha S_0 \sqrt{2gH}},$$

$$\tau = \frac{S}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} \int_{H_2}^{H_1} H^{-1/2} dH = \frac{S}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}).$$

Отже, час спорожніння посудини з постійним внутрішнім перерізом, від висоти  $H_1$  до висоти  $H_2$  становитиме:

$$\tau = \frac{S(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})}{\alpha S_0 \sqrt{2g}}. \quad (4.28)$$

У разі повного спорожніння резервуара  $H_2 = 0$  і рівняння (4.28) набуває вигляду:

$$\tau = \frac{S\sqrt{H_1}}{\alpha S_0 \sqrt{2g}}. \quad (4.29)$$

Розв'язуючи задачу про час спорожніння посудини, площа поперечного перерізу якої змінюється за висотою (наприклад, у разі конічних резервуарів, горизонтальних цистерн тощо), потрібно при інтегруванні вираження  $d\tau$  врахувати залежність площі перерізу  $S$  від рівня  $H$  рідини, тобто врахувати вид функції  $S = f(H)$ .

## 5. ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ В ГІДРОДИНАМІЦІ

5.1. Застосування теорії подібності до вивчення виробничих процесів.

5.2. Гідродинамічна подібність.

5.3. Гідравлічний опір.

### 5.1. Застосування теорії подібності до вивчення виробничих процесів

Вивчення процесів із метою отримання рівнянь, необхідних для їх аналізу та розрахунку, можна проводити суто **теоретично**. Цей найбажаніший шлях дослідження зводиться до складання на основі найзагальніших законів фізики та хімії та розв'язання математичних залежностей, найчастіше диференціальних рівнянь, що повністю описують процес. Ці рівняння встановлюють зв'язок між параметрами системи і їх можна розглядати як математичні моделі цих процесів.

Прикладом важливих для практики розрахункових рівнянь, отриманих розв'язанням відповідних диференціальних рівнянь, є основне рівняння гідростатики та рівняння Бернуллі.

Однак диференціальні рівняння описують процес не в усьому об'ємі системи і не протягом усього часу перебігу процесу, а лише відображають зміни в довільно вибраному елементарному об'ємі  $dV$  протягом довільно вибраного моменту часу  $dt$ . Інтегрування такого рівняння дає безмежно велику кількість розв'язків і всі вони задовільні. Тобто диференціальні рівняння описують цілий клас однорідних за змістом процесів, і для виділення з нього конкретного процесу необхідно обмежувати вказані рівняння додатковими умовами (доповнити додатковими даними) – умовами однозначності.

Умови однозначності поєднують:

- геометричні параметри, які характеризують розміри та форму об'єму (тобто апаратури), в якому відбувається процес;

- фізичні властивості середовища, наприклад густину, в'язкість, теплопровідність та ін;

- граничні умови, котрі встановлюють взаємодію з навколишнім середовищем (рівність нулю швидкості руху рідини біля стінок труби);

- початкові умови, які виявляють початковий стан системи (початкова швидкість, температура, концентрація реагентів, тиск тощо).

Одержаний у цьому разі розв'язок диференціального рівняння застосовується для конкретного процесу лише для заданих умов однозначності.

Проте багато виробничих процесів характеризуються великою кількістю змінних і настільки складні, що зазвичай вдається дати лише математичне формулювання задачі і встановити умови однозначності. Розв'язати отримані диференціальні рівняння існуючими математичними методами не вдається. Наприклад, рівняння Нав'є–Стокса неможливо розв'язати для багатьох важливих практичних випадків, зокрема для теоретичного визначення втрат напору (гідравлічного опору) за турбулентного руху рідини.

Отже, теоретичне виведення розрахункових залежностей, необхідних для проектування апаратури, часто виявляється неприйнятним. У таких випадках для знаходження зв'язку між величинами, які характеризують процес, проводять **експериментальне** дослідження, тобто серію дослідів.

На підставі експериментальних даних часто отримують емпіричні рівняння, що є частковими і не можуть бути поширені на умови, котрі відрізняються від умов, для яких вони отримані. Перенесення даних окремого процесу на цілий клас процесів загалом неможливе з огляду на суттєву різницю в умовах однозначності різних процесів. Таке перенесення можливе лише для процесів, про які говорять, що вони подібні між собою. Поняття подібності процесів розглядається у теорії подібності.

**Теорія подібності** – вчення про методи наукового узагальнення експерименту. Вона вказує, як треба проводити досліди і як обробляти їх результати, щоби за проведення невеликої кількості експериментів мати можливість обробляти дослідні дані, отримуючи єдині рівняння для всіх подібних процесів. Застосування теорії подібності допомагає проводити дослідження на **моделях** менших розмірів, ніж промислова апаратура, та з іншими (модельними) речовинами в умовах, відмінних від промислових.

Отже, методи теорії подібності – це основа масштабування та моделювання процесів. Проте теорія подібності не може дати більше того, що міститься у вихідних рівняннях, які описують досліджуваний процес. Якщо вихідні рівняння неправильно описують фізичну сутність процесу, то й кінцеві результати, отримані з використанням методів теорії подібності, будуть неправильними.

Одним з основних принципів теорії подібності є виділення з класу явищ групи подібних явищ. Наприклад, рух атмосферного повітря і рух крапельної рідини по трубопроводу в принципі однорідні, оскільки є рухом в'язкої рідини під дією різниці тисків, тому дані процеси описуються одними рівняннями Нав'є – Стокса і належать до одного класу. Водночас рух в'язких рідин через труби й апарати різного профілю та розмірів є групою подібних явищ, які входять до цього класу.

*Подібними називають явища, для яких постійні відношення подібних величин, котрі їх характеризують.*

Так, у разі геометричної подібності подібні фігури відрізняються одна від одної лише масштабом і можуть бути отримані одна з одної множенням подібних розмірів однієї з них на деякий постійний масштабний множник (рис. 5.1).

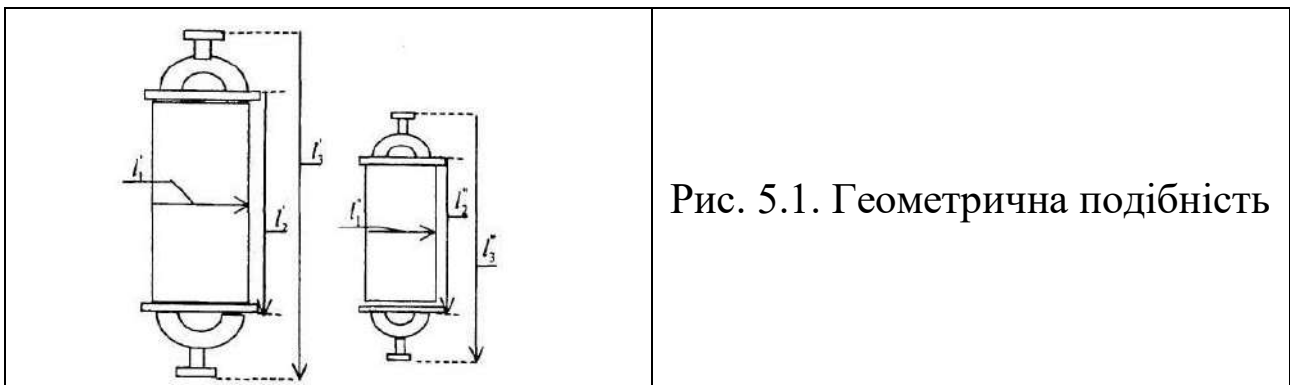


Рис. 5.1. Геометрична подібність

Такі безрозмірні масштабні множники, які виражають відношення однорідності подібних величин подібних фігур (або взагалі будь-яких подібних систем), називаються **константами подібності**.

Геометрична подібність має місце в тому разі, якщо відношення відповідних розмірів двох апаратів (або натури та моделі) (див. рис. 5.1) є величиною сталою:

$$\frac{l_1'}{l_1''} = \frac{l_2'}{l_2''} = \frac{l_3'}{l_3''} = \text{const} = k_l, \quad (5.1)$$

де  $k_l$  – множник лінійного геометричного перетворення, який стосується лише цих двох апаратів – **константа геометричної подібності**.

За подібного руху подібних частинок їх траєкторії в натурі та в моделі також мають бути подібними – має місце **кінематична подібність**.

**Часова подібність** характеризується тим, що схожі частинки в геометрично подібних системах, рухаючись по геометрично подібних траєкторіях, проходять геометрично подібні шляхи за проміжки часу, відношення яких є постійною величиною:

$$\frac{T'}{T''} = \frac{\tau_1'}{\tau_1''} = \frac{\tau_2'}{\tau_2''} = \dots = \text{const} = k_\tau, \quad (5.2)$$

де  $T'$  і  $T''$  – час проходження всього трубопроводу в натурі та моделі;  $\tau_1'$  і  $\tau_1''$  ... – час проходження подібних шляхів;  $k_\tau$  – **константа часової подібності**.

За дотримання геометричної та часової подібності матиме місце також **подібність швидкостей**:

$$\frac{w_1'}{w_1''} = \frac{w_2'}{w_2''} = \frac{w_3'}{w_3''} = \dots = \text{const} = k_w. \quad (5.3)$$

**Подібність фізичних величин** процесу маємо в тому разі, якщо відношення значень цих величин для двох процесів у відповідні моменти часу є сталим. Наприклад, якщо рідини, котрі рухаються по трубопроводах, мають в'язкість  $\mu$ , густину  $\rho$  тощо, то для схожих точок натурі та моделі:

$$\frac{\rho_0'}{\rho_0''} = \frac{\rho_1'}{\rho_1''} = \frac{\rho_2'}{\rho_2''} = \dots = \text{const} = k_\rho, \quad (5.4)$$

$$\frac{\mu_0'}{\mu_0''} = \frac{\mu_1'}{\mu_1''} = \frac{\mu_2'}{\mu_2''} = \dots = \text{const} = k_\mu. \quad (5.5)$$

Подібність фізичних величин включає також **подібність полів фізичних величин**. У випадку подібності полів відповідних

фізичних величин фізичні параметри двох систем подібні у просторі та часі.

**Подібність початкових і граничних умов** визначається сталим відношенням значень величин, які характеризують ці умови на початку процесу та на межі системи з навколишнім середовищем у відповідних точках і у відповідні моменти часу. Тобто для початкових і граничних умов має дотримуватися геометрична, часова та фізична подібність, як і для інших схожих точок природи та моделі.

Константи подібності  $k_l, k_\tau, k_w, k_\rho, k_\mu$  тощо, котрі виражають відношення різних однойменних величин у природі та в моделі, *постійні для різних подібних точок подібних систем, але змінюються залежно від співвідношення розмірів природи і моделі.*

Величини, які входять до констант подібності, можуть взаємно замінюватися. Тому відношення прирощення цих величин можна замінювати на відношення самих величин. Наприклад:

$$k_w = \frac{w_1'}{w_1''} = \frac{w_2'}{w_2''} = \frac{w_1' - w_2'}{w_1'' - w_2''} = \frac{\Delta w'}{\Delta w''} = \frac{dw'}{dw''}. \quad (5.6)$$

Подібність процесів у природі та моделі можна охарактеризувати також за допомогою **інваріантів подібності**, виражаючи всі подібні величини у відносних одиницях, тобто у вигляді відношень подібних величин у межах кожної системи.

Інваріанта подібності – безрозмірне відношення будь-яких двох параметрів однієї системи, яке дорівнює відношенню таких же параметрів іншої системи. Наприклад, для трикутників:

$$\frac{a'}{b'} = \frac{a''}{b''} = i_l = const. \quad (5.7)$$

Для подібності потоків у природі та моделі:

$$\frac{l_1'}{L'} = \frac{l_1''}{L''} = inv = idem = i_l. \quad (5.8)$$

де  $i_l$  – інваріант геометричних величин.

Аналогічно впливає:

$$\text{з рівняння (5.2)} \quad \frac{\tau_1'}{T'} = \frac{\tau_1''}{T''} = i_\tau, \quad (5.9)$$

$$\text{з рівняння (5.3)} \quad \frac{w_1'}{w_0'} = \frac{w_1''}{w_0''} = i_w. \quad (5.10)$$

У рівнянні (5.10) за масштаб взято значення змінної на вході в систему, тобто її початкове значення.

***Інваріанти подібності можуть бути неоднаковими для різних подібних точок подібних систем, але не залежать від власних розмірів натури і моделі. При переході від однієї системи до іншої, подібної до неї, інваріанти подібності не змінюють своїх значень.***

Інваріанти подібності, виражені відношенням двох однорідних фізичних величин (параметрів), називаються **параметричними критеріями** або **сипмплексами**.

Інваріанти подібності можуть бути виражені також відношеннями неоднорідних величин, тобто являти собою безрозмірні **комплекси** цих величин. Наприклад, для схожих точок подібних потоків у трубопроводах інваріанти подібності, котрі складаються з різних фізичних величин (критерій Рейнольдса) рівні:

$$\frac{w'd'\rho'}{\mu'} = \frac{w''d''\rho''}{\mu''} = idem = Re. \quad (5.11)$$

Якщо інваріанти подібності виражаються комплексами величин, отриманих інтегруванням диференціальних рівнянь, які описують процес, то їх називають **критеріями подібності**.

***Критерії подібності завжди мають фізичний зміст, бо є мірами співвідношення між якимось двома ефектами (силами тощо), значними для розгляданого процесу.***

Критерії подібності мають усі властивості інваріантів: вони безрозмірні, можуть змінювати своє значення від точки до точки даної системи, але для схожих точок подібних систем не залежать від відносних розмірів натури і моделі. Числові значення критеріїв подібності не залежать від системи одиниць.

Основні положення теорії подібності узагальнюються теоремами подібності.

**Перша теорема подібності (теорема Ньютона): *подібні явища характеризуються чисельно рівними критеріями подібності.***

Як відомо, за другим законом Ньютона:

$$f = ma = m \frac{dw}{d\tau}.$$

Якщо в природі та моделі дві частинки рухаються подібно, то для них:

$$f' = m' \frac{dw'}{d\tau'}, \quad f'' = m'' \frac{dw''}{d\tau''}.$$

За подібного руху частинок для схожих точок природи і моделі константи подібності виражаються відношеннями:

$$\frac{m'}{m''} = k_m, \quad \frac{w'}{w''} = k_w, \quad \frac{\tau'}{\tau''} = k_\tau.$$

Наслідком подібності цих змінних буде подібність сил:

$$\frac{f'}{f''} = k_f.$$

Відношення сил, котрі зумовлюють рух частинок, повинне дорівнювати відношенню виниклих при цьому інерційних сил. Отже:

$$\frac{f'}{f''} = \frac{m' \frac{dw'}{d\tau'}}{m'' \frac{dw''}{d\tau''}}, \quad \text{або} \quad \frac{f'}{f''} = \frac{m' dw' d\tau'}{m'' dw'' d\tau''}.$$

Відношення прирощень величин, які входять до константи подібності, можна замінити на відношення самих величин, тобто:

$$\frac{f'}{f''} = \frac{m' w' \tau'}{m'' w'' \tau''}, \quad \text{або} \quad k_f = \frac{k_m k_w}{k_\tau},$$

звідки:

$$C = \frac{k_f k_\tau}{k_m k_w} = 1. \tag{5.12}$$

Величину  $C$ , складену з констант подібності, називають **індикатором подібності**.

Після заміни констант подібності на відношення відповідних величин і перенесення у праву частину всіх величин для натури, а в ліву – для моделі, отримаємо:

$$\frac{f'\tau'}{m'w'} = \frac{f''\tau''}{m''w''}.$$

Отримано безрозмірний комплекс величин, значення якого однакові для схожих точок обох систем. Цей комплекс називають **критерієм Ньютона** та позначають:

$$\frac{f\tau}{mw} = idem = Ne. \quad (5.13)$$

Враховуючи, що  $\tau = l/w$ ,

$$\frac{fl}{mw^2} = Ne. \quad (5.14)$$

Критерій Ньютона характеризує відношення діючої на частинку сили до сили інерції, причому за масштаб сили взято силу інерції.

Виходячи з рівняння (5.12), першу теорему подібності можна сформулювати так: *у подібних явищ індикатори подібності дорівнюють одиниці*.

Аналогічно можна отримувати значення інших критеріїв подібності.

*Перша теорема подібності вказує, які величини вимірюють при проведенні дослідів, результати яких потрібно узагальнити: вимірюють ті величини, які входять до критерію подібності.*

*Друга теорема подібності (Бекінгем, Федерман, Афанасьєва – Еренфест): розв'язок будь-якого диференціального рівняння, котре зв'язує між собою змінні, які впливають на процес, може бути поданий у вигляді залежності між безрозмірними комплексами цих величин, тобто між критеріями подібності.*

$$\varphi(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_n) = 0. \quad (5.15)$$

Рівняння такого виду називають **рівняннями узагальнених**

змінних (узагальненими), або критеріальними.

Критерії подібності, складені лише з величин, які входять до умов однозначності, називають **визначальними**. Критерії, котрі охоплюють також величини, які не є необхідними для однозначної характеристики даного процесу, а самі залежать від цих умов, називають **визначуваними**. Який критерій визначуваний, залежить від формулювання задачі.

З критеріального рівняння, розрахувавши попередньо значення визначальних критеріїв, знаходять значення визначуваного критерію, а з нього – значення величини, яка нас цікавить. Тому рівняння (5.15) зручніше подати у вигляді:

$$\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_n). \quad (5.16)$$

*Друга теорема подібності відповідає на запитання, як обробляти результати дослідів, проведених на моделях: їх треба подавати у вигляді функціональної залежності між критеріями подібності.*

Третя теорема подібності (теорема М. В. Кірпічова і А. А. Гухмана) формулює необхідні та достатні умови подібності явищ: *подібні ті явища, які описуються однією і тією ж системою диференціальних рівнянь і в яких дотримується подібність умов однозначності.*

Інше формулювання: *явища подібні, якщо їх визначальні критерії чисельно рівні.*

Наслідком рівності визначальних критеріїв, згідно з рівнянням (5.16), буде і рівність визначуваних критеріїв для моделі та натури.

Отже, дослідження процесів методом теорії подібності повинно складатися з таких етапів:

1. Отримавши повний математичний опис процесу, тобто склавши диференціальне рівняння і встановивши умови однозначності, проводять подібне перетворення цього рівняння і знаходять критерії подібності.

2. Дослідним способом на моделях встановлюють конкретний вигляд залежності між критеріями подібності, причому отримане узагальнювальне розраховане рівняння справедливе для всіх подібних явищ у досліджених межах змін визначальних критеріїв подібності.

Практичне застосування теорії подібності достатньо широке. Вона дає можливість провести попередній аналіз та вибрати систему визначуваних безрозмірних параметрів складних процесів. Сукупно з додатковими даними, одержаними під час проведення експериментальних досліджень або із рівнянь, які описують даний процес, теорія подібності сприяє вдосконаленню виробничого процесу, значному поліпшенню умов його перебігу та ефективності.

## 5.2. Гідродинамічна подібність

Як зазначалося раніше, диференціальні рівняння Нав'є–Стокса неможливо розв'язати для більшості практично важливих випадків.

Теорія подібності дає змогу перетворити ці рівняння й отримати деяку функціональну залежність між критеріями подібності, які характеризують сили, діючі при русі рідини. Рівняння Нав'є – Стокса для крапельної рідини в розгорнутому вигляді для однієї з осей – осі  $z$  – має вигляд:

$$\rho \left( \frac{\partial w_z}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial w_z}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_z}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right).$$

Скористуємося правилом, що критерії подібності можна отримати шляхом ділення однієї частини диференціального рівняння на іншу та відкиданням знаків математичних операторів.

Якщо рух усталений, то швидкість не залежить від часу, тобто  $\frac{\partial w_z}{\partial \tau} = 0$ .

Поміняємо в лівій частині рівняння величину, котра характеризує силу інерції, замінивши диференціали кінцевими величинами:

$$\rho \left( \frac{\partial w_z}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial w_z}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_z}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) \approx \rho w \frac{w}{l} = \frac{\rho w^2}{l},$$

де  $l$  – лінійний розмір.

У правій частині рівняння член, який виражає силу тяжіння, дорівнює  $\rho g$ . Член  $\frac{\partial p}{\partial z}$  характеризує силу тиску:  $\frac{\partial p}{\partial z} \approx \frac{p}{l}$ . Останній доданок правої частини, виражає силу тертя:

$$\mu \left( \frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right) \approx \mu \frac{w}{l^2}.$$

Розділимо тепер усі доданки правої частини на члени лівої частини й отримаємо **співвідношення між відповідними силами та силою інерції**, тобто виразимо всі сили у відносних одиницях, взявши за масштаб силу інерції.

1) Відношення сили тяжіння до сили інерції має вигляд:

$$\frac{\rho g}{\rho w^2 / l} = \frac{gl}{w^2}.$$

Безрозмірний комплекс  $\frac{gl}{w^2}$  називають **критерієм Фруда** і позначають Fr. Щоб користуватися числами, більшими за 1, критерій Фруда виражають співвідношенням, оберненим до отриманого:

$$Fr = \frac{w^2}{gl}.$$

**Критерій Фруда відображає вплив сил тяжіння, або власної ваги, на рух рідини.** Він є мірою відношення сили інерції до сили тяжіння в подібних потоках.

2) Відношення сили тиску до сили інерції:

$$\frac{p/l}{\rho w^2 / l} = \frac{p}{\rho w^2}.$$

Отриманий комплекс  $\frac{p}{\rho w^2}$  називається **критерієм Ейлера** та позначається як Eu. Найчастіше до критерію вводять замість абсолютного тиску  $p$  різницю тисків  $\Delta p$  між будь-якими двома точками рідини:

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho w^2}.$$

**Критерій Ейлера відображає вплив перепаду гідростатичного тиску на рух рідини.** Він характеризує відношення зміни сили гідростатичного тиску до сили інерції в подібних потоках.

3) Знайдемо відношення сили тертя до сили інерції і візьмемо за критерій обернене співвідношення, щоб уникнути чисел, значно менших за одиницю:

$$\frac{\rho w^2 / l}{\mu w / l^2} = \frac{\rho w l}{\mu} = \text{Re}.$$

Отриманий безрозмірний комплекс величин  $\frac{\rho w l}{\mu}$ , як відомо, називається **критерієм Рейнольдса**.

**Критерій Рейнольдса відображає вплив сили тертя на рух рідини.** Він характеризує відношення інерційних сил до сил тертя в подібних потоках.

Величина  $l$  у всіх системах виражає лінійний розмір. При русі рідини через трубопровід круглого перерізу таким розміром служить діаметр, не круглого – еквівалентний діаметр.

4) При неусталеному русі рідини у рівнянні Нав'є – Стокса  $\frac{\partial w_z}{\partial \tau} \neq 0$ . Тоді співвідношення між нестационарністю руху і силою інерції матиме вигляд критерію гомохронності:

$$\frac{\rho w^2 / l}{\rho w / \tau} = \frac{w \tau}{l} = \text{Ho}.$$

**Критерій гомохронності враховує нестационарний характер руху в подібних точках.**

Згідно із другою теоремою подібності, розв'язок системи рівнянь Нав'є – Стокса можна подати у вигляді функціональної залежності між критеріями подібності:

$$\varphi(\text{Ho}, \text{Fr}, \text{Eu}, \text{Re}) = 0.$$

У ряді випадків ця залежність доповнюється симплексом геометричної подібності. Під час руху рідини по трубі таким є відношення довжини до її діаметра, або еквівалентного діаметра:

$$\varphi\left(\text{Ho}, \text{Fr}, \text{Eu}, \text{Re}, \frac{l}{d_{\text{екв}}}\right) = 0.$$

При найважливішому формулюванні задачі всі критерії, крім критерію Ейлера, визначальні, оскільки вони складені тільки з величин, які виражають умови однозначності. До критерію Ейлера входить величина  $\Delta p$ , значення якої повністю визначається формою труби ( $l/d_{екв}$ ), фізичними властивостями рідини ( $\rho, \mu$ ) і розподілом швидкостей при вході в трубу та біля її стінок (початкові та граничні умови). Тому, згідно з третьою теоремою подібності, для подібності необхідне й достатнє дотримання рівності значень  $Ho, Fr, Re, l/d_{екв}$ . Наслідком виконання рівності цих критеріїв буде рівність визначуваного критерію Ейлера у подібних точках подібних потоків. Тому часто рівняння записують у такому вигляді:

$$Eu = f\left(Ho, Fr, Re, \frac{l}{d_{екв}}\right) \quad (5.17)$$

Це рівняння називається **узагальненим, або критеріальним, рівнянням гідродинаміки**.

Функцію (5.17) часто апроксимують степеневою залежністю:

$$Eu = A \cdot Re^m \cdot Fr^n \cdot Ho^p \cdot \left(\frac{l}{d_{екв}}\right)^q,$$

або після підстановки відповідних безрозмірних комплексів величин:

$$\frac{\Delta p}{\rho w^2} = A \left(\frac{w d_{екв} \rho}{\mu}\right)^m \left(\frac{w^2}{g d_{екв}}\right)^n \left(\frac{w \tau}{d_{екв}}\right)^p \left(\frac{l}{d_{екв}}\right)^q. \quad (5.18)$$

Способом обробки експериментальних даних, отриманих на моделях, знаходять числові значення коефіцієнта  $A$  і показників степенів  $m, n, p, q$  при відповідних критеріях. З отриманого рівняння визначають величину  $\Delta p$ . Зокрема, так при русі рідини через апарати та трубопроводи розраховують втрату тиску або напору.

Якщо рух рідини усталений, то критерію гомохронності може не бути, і критеріальне рівняння гідродинаміки матиме вигляд:

$$Eu = f\left(Fr, Re, \frac{l}{d_{\hat{a}\hat{a}\hat{a}}}\right) \quad (5.18a)$$

У ряді випадків виявляється дуже складно або неможливо визначити чи розрахувати ту або іншу фізичну величину, яка входить до критерію подібності. Тоді цю величину виключають шляхом сполучення двох або більшої кількості критеріїв і отримання складних, або **похідних**, критеріїв подібності, складених з основних. При цьому виключену величину зазвичай замінюють на іншу, пропорційну до неї, дослідне або розраховане визначення якої простіше.

Так, при природній конвекції, котра виникає під дією різниці густин рідини, зумовленої відмінностями у температурі в різних точках, важко визначити швидкість конвективних течій. Проте ця швидкість входить до критерію Фруда, тому швидкість виключають сполученням критеріїв Рейнольдса і Фруда, отримуючи **критерій Галілея**:

$$\frac{Re^2}{Fr} = \frac{gl^3 \rho^2}{\mu^2} = \frac{gl^3}{\nu^2} = Ga.$$

Помножуючи цей критерій на різницю густин рідини у різних точках (ця різниця є причиною виникнення конвективних течій), виражену у відносних одиницях, знаходять ще один похідний критерій – **критерій Архімеда**:

$$Ar = Ga \cdot \frac{\rho_1 - \rho}{\rho} = \frac{gl^3}{\nu^2} \cdot \frac{\rho_1 - \rho}{\rho}.$$

Дотримання рівності критеріїв  $Ga$  або  $Ar$  необхідне при моделюванні різних процесів, які відбуваються під дією сили тяжіння.

Критерії Фруда і Рейнольдса складені з величин, які визначають розподіл швидкостей у потоці (швидкість, діаметр, густина та в'язкість), тому вони основні, або визначальні, критерії гідродинамічної подібності.

### 5.3. Гідравлічний опір

Розрахунок гідравлічного опору під час руху реальних рідин по трубопроводах – одне з основних прикладних питань гідродинаміки.

Важливість визначення втрати напору  $h_e$  (або втрати тиску  $\Delta p_e$ ) пов'язана з необхідністю розрахунку витрат енергії, необхідних для

компенсації цих втрат і переміщення рідин, наприклад, за допомогою насосів, компресорів тощо. Без знання величини  $h_v$  (або  $\Delta p_v$ ) неможливе застосування рівняння Бернуллі для реальної рідини.

**Втрати напору в трубопроводі у загальному випадку зумовлені опором тертя та місцевими опорами.**

**Опір тертя (опір за довжиною)** існує при русі реальної рідини по всій довжині трубопроводу. На нього впливає режим руху рідини. Так, турбулентний потік характеризується не лише звичайною, але й турбулентною в'язкістю, яка залежить від гідродинамічних умов і спричиняє додаткові втрати енергії при русі рідини.

**Місцеві опори** виникають *при будь-яких змінах значення швидкості потоку або її напрямку*. До них належать вхід потоку в трубу і вихід з неї рідини, несподівані звуження та розширення труб, коліна, трійники, запірні та регулюючі пристрої (крани, вентиля, засувки тощо).

Отже, втрачений напір – це сума двох доданків:

$$h_v = h_m + h_{m.o.} \quad (5.19)$$

У випадку ламінарного руху по прямій трубі втрати напору на тертя  $h_m$  може бути визначена теоретично за рівнянням Пуазейля.

Дійсно, згідно з рівнянням Бернуллі, для горизонтального трубопроводу ( $z_1 = z_2$ ) постійного перерізу ( $w_1 = w_2$ ) напір, втрачений під час тертя:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{\Delta p}{\rho g} = h_m.$$

Підставляючи  $\Delta p = \rho g h_m$  у рівняння (3.14) і замінюючи об'ємну витрату  $Q$  на добуток середньої швидкості для площі поперечного перерізу труби  $\pi d^2/4$ , отримаємо:

$$w \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi d^4 \rho g h_v}{128 \mu l}.$$

Звідси після скорочень, знаходимо втрачений напір:

$$h_m = \frac{32w\mu l}{\rho g d^2}.$$

Помноживши чисельник і знаменник правої частини на  $2w$  і групуючи величини, остаточно отримаємо:

$$h_m = \frac{64\mu}{wd\rho} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{w^2}{2g} = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{w^2}{2g}. \quad (5.20)$$

Тобто втрачений на тертя напір виражається через швидкісний напір  $h_m = w^2/2g$ .

Величину, яка показує, у скільки разів напір, втрачений на тертя, відрізняється від швидкісного напору, називають **коефіцієнтом втрат енергії на тертя, коефіцієнтом опору за довжиною** або **коефіцієнтом опору тертя** і позначають  $\zeta_m$ , а відношення  $64/\text{Re}$ , яке входить до цієї величини, – **коефіцієнтом гідравлічного тертя** або просто **коефіцієнтом тертя**, і позначають  $\lambda$ . Тому:

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} \quad \text{і} \quad \zeta_m = \lambda \frac{l}{d}.$$

Отже, рівняння (5.20) можна подати у вигляді:

$$h_m = \zeta_m \cdot \frac{w^2}{2g} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{w^2}{2g}, \quad (5.21)$$

або для втрати тиску  $\Delta p_m$ :

$$\Delta p_m = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho w^2}{2}. \quad (5.22)$$

Рівняння (5.21) добре узгоджується з експериментальними даними для усталеного ламінарного руху. За цих умов коефіцієнт тертя практично не залежить від шорсткості стінок трубопроводу.

Для каналів некруглого перерізу в рівняння (5.21) замість діаметра підставляють еквівалентний діаметр, причому:

$$\lambda = \frac{B}{\text{Re}}, \quad (5.23)$$

де  $B$  – коефіцієнт, значення якого залежить від форми поперечного перерізу (для квадратного перерізу  $B = 57$ , для кільцевого перерізу  $B = 96$  тощо).

Рівняння такого ж вигляду, як і (5.21) може бути використане для визначення втрат напору на тертя також і за турбулентного руху. Але вираз для коефіцієнта тертя у цьому разі не може бути виведено теоретично. Тому розрахункові рівняння для визначення  $\lambda$  за турбулентного руху отримують узагальненням результатів експериментів методом теорії подібності.

Так, у разі турбулентного руху вплив сили тяжіння малий, тому критерієм Фруда у рівнянні (5.18а) можна знехтувати. Тоді воно набуде вигляду у степеневій формі:

$$Eu = A \cdot Re^m \cdot \left( \frac{l}{d_{екв}} \right)^q.$$

Підставляючи у це рівняння значення коефіцієнта  $A$  і показників степенів, розрахованих за результатами узагальнення експериментальних даних, отриманих за руху рідин у трубопроводах з гладкими стінками в межах  $Re = 4000 - 100000$ , отримаємо:

$$Eu = 0,158 \cdot Re^{-0,25} \cdot \left( \frac{l}{d_{екв}} \right).$$

Підставляючи значення критерію Ейлера:

$$\frac{\rho g h_m}{\rho w^2} = 0,158 \cdot Re^{-0,25} \cdot \left( \frac{l}{d_{екв}} \right)$$

і проводячи елементарні перетворення, отримаємо:

$$h_m = 0,316 \cdot Re^{-0,25} \cdot \left( \frac{l}{d_{екв}} \right) \cdot \frac{w^2}{2g}. \quad (5.24)$$

Зіставлення рівнянь (5.21) і (5.24) показує, що за турбулентного руху у гладких трубах коефіцієнт тертя виражається узагальненою залежністю:

$$\lambda = 0,316 \cdot Re^{-0,25} = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}}. \quad (5.25)$$

Отже, якщо за ламінарного руху втрата напору на тертя пропорційна швидкості рідини у першому степені, то за турбулентного руху ця втрата напору більше залежить від швидкості – втрачений напір пропорційний до  $w^{1,75}$ .

За турбулентного руху коефіцієнт тертя взагалі залежить не тільки від характеру руху рідини, але і від шорсткості стінок труб. З рис. 5.2 видно, що за турбулентного руху значення  $\lambda$  для негладких труб вищі, ніж випливає з рівняння (5.25).

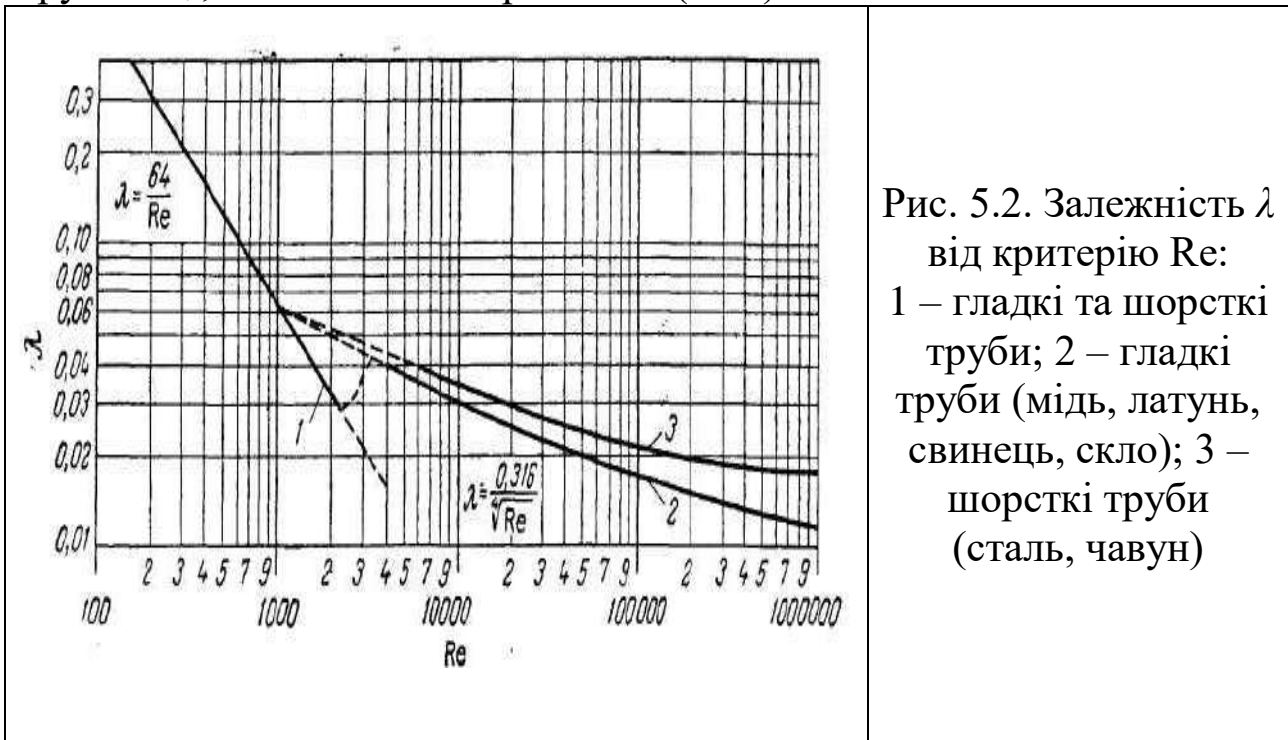


Рис. 5.2. Залежність  $\lambda$  від критерію Re:  
 1 – гладкі та шорсткі труби; 2 – гладкі труби (мідь, латунь, свинець, скло); 3 – шорсткі труби (сталь, чавун)

Шорсткість труб може бути оцінена деякою усередненою величиною **абсолютної шорсткості**  $\Delta$ , що є середньою висотою виступів шорсткості на внутрішній поверхні труб. Для нових сталевих труб  $\Delta \approx 0,06-0,1$  мм; інші значення наведено в табл. 5.1.

Вплив шорсткості на величину  $\lambda$  визначається співвідношенням між середньою висотою виступів шорсткості  $\Delta$  і товщиною в'язкого підшару  $\delta$ , рух рідини в якому можна вважати практично ламінарним. У деякій початковій області турбулентного руху, коли товщина в'язкого підшару більша за висоту виступів шорсткості, рідина плавно обтікає ці виступи і впливом шорсткості на величину  $\lambda$  можна знехтувати. У цьому разі можна розглядати труби як гідравлічно гладкі й розраховувати  $\lambda$  за рівнянням (5.25).

Таблиця 5.1

Значення абсолютної шорсткості  $\Delta$  для різних видів трубопроводів

Вид трубопроводу	$\Delta$ , мм
Сталеві нові оцинковані	0.1–0.2
Сталеві старі, чавунні старі, керамічні	0.8–1.0
Чавунні нові	0.3
Бетоновані канали	0.8–9.0
Чисті труби зі скла	0.0015–0.01
Гумовий шланг	0.01–0.03
Поліетиленові	0.005–0.05

Зі зростанням  $Re$  величина  $\delta$  зменшується. Коли вона стає порівнюваною з абсолютною шорсткістю ( $\delta \approx \Delta$ ) і меншою за неї ( $\delta < \Delta$ ), в'язкий підшар уже не покриває виступів шорсткості. За таких умов коефіцієнт тертя чимраз більше залежить від шорсткості. Навколо виступів утворюються додаткові вихори, що збільшує втрати напорю.

Отже, зі збільшенням критерію Рейнольдса зона **гладкого тертя**, у якій  $\lambda$  залежить лише від  $Re$ , переходить спочатку в зону **змішаного тертя**, коли на величину тертя впливають і  $Re$ , і шорсткість, а потім – у **автомодельну** (таку, в якій параметр не впливає на перебіг процесу) відносно  $Re$  зону, коли величина  $\lambda$  практично перестає залежати від критерію Рейнольдса та визначається лише шорсткістю стінок труб.

Критичні значення  $Re_{кр.1}$ , за яких шорсткість починає впливати на коефіцієнт тертя, а також критичні значення  $Re_{кр.2}$ , за яких  $\lambda$  стає функцією лише шорсткості труби, залежать від **відносної шорсткості**  $\varepsilon$ , що виражається як відношення абсолютної шорсткості до діаметра труби:

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d}. \quad (5.26)$$

При розрахунку коефіцієнта тертя для всіх областей турбулентності руху можна застосовувати загальне рівняння:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \lg \left[ \frac{\varepsilon}{3,7} + \left( \frac{6,81}{\text{Re}} \right)^{0,9} \right] = 1,8 \lg \text{Re} - 1,5. \quad (5.27)$$

Коли  $\lambda$  перестає залежати від  $\text{Re}$ , у рівнянні (5.27) можна знехтувати другим доданком у дужках, і воно набуває вигляду:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \lg \frac{\varepsilon}{3,7}. \quad (5.28)$$

Наведені розрахункові рівняння отримані за ізотермічних умов текучості рідини. За нагрівання або охолодження рухомої рідини, через стінки труби у результаті зміни температури змінюється і в'язкість рідини по перерізу труби, а отже, і коефіцієнт тертя. Особливо значний вплив теплообміну на величину  $\lambda$  за ламінарного режиму руху. Тому, якщо середня температура потоку значно відрізняється від температури труби, то до всіх розглянутих рівнянь необхідно вводити поправочні множники, які знаходять за спеціальними формулами, наведеними у довідниковій літературі.

Як зазначалося раніше, місцеві опори виникають унаслідок різкої зміни значення швидкості потоку (рис. 5.3, *а*, *б*), її напрямку (рис. 5.3, *в*, *г*) або одночасно і значення, і напрямку швидкості (рис. 5.4).

	<p>Рис. 5.3. Деякі місцеві опори:  <i>а</i> – раптове розширення; <i>б</i> – раптове звуження; <i>в</i> – плавний поворот на <math>90^\circ</math> (відвід); <i>г</i> – різкий поворот на <math>90^\circ</math> (коліно)</p>
	<p>Рис. 5.4. Деякі запірно-регулюючі пристрої: <i>а</i> – пробковий кран; <i>б</i> – стандартний вентиль; <i>в</i> – прямоточний вентиль із похилим шпинделем</p>

При цьому виникають додаткові незворотні втрати напору, окрім втрат, пов'язаних із тертям. Так, при несподіваному збільшенні перерізу труби напір втрачається внаслідок удару потоку, який виходить із великою швидкістю з частини трубопроводу з меншим діаметром, об потік, який рухається повільніше у частині трубопроводу з більшим діаметром; при цьому в місці, яке межує з прямим кутом труби ширшого перерізу, виникають зворотні течії-вихори, на утворення яких без користі витрачається частина енергії. У випадку несподіваного звуження трубопроводу додаткова втрата енергії зумовлена тим, що переріз потоку спочатку стає меншим за переріз самої труби і лише потім потік розширюється, заповнюючи всю трубу. При зміні напрямку потоку утворення завихрень відбувається внаслідок дії сил інерції (відцентрових).

Втрати напору в місцевих опорах також виражають через швидкісний напір. Відношення втрати напору в даному місцевому опорі  $h_{м.о.}$  до швидкісного напору називають **коефіцієнтом втрат енергії у місцевому опорі**, або просто **коефіцієнтом місцевого опору** і позначають як  $\zeta_{м.о.}$ . Отже, для різних місцевих опорів:

$$h_{м.о.1} = \zeta_{м.о.1} \frac{w^2}{2g},$$

$$h_{м.о.2} = \zeta_{м.о.2} \frac{w^2}{2g} \quad \text{ТОЩО.}$$

Або сумарно для всіх місцевих опорів:

$$h_{м.о.} = \sum \zeta_{м.о.} \frac{w^2}{2g}. \quad (5.29)$$

Коефіцієнти місцевих опорів зазвичай знаходять дослідним способом; їх середні значення наводяться у довідковій літературі. У табл. 5.2 подано деякі середні значення коефіцієнтів для найпоширеніших місцевих опорів.

Таблиця 5.2

## Середні значення коефіцієнтів місцевого опору

Найменування місцевого опору	$\zeta$
Вхід у трубу:	
краї гострі	0.5
краї заокруглені	0.2
труба всунута всередину резервуара	0.75–1
Вихід з труби у бак:	
за турбулентного режиму	1
за ламінарного режиму	2
Коліна з плавним поворотом $d/R$ :	
0.2	0.14
0.4	0.21
0.6	0.44
0.8	0.98
Коліна з різким поворотом $\alpha$ :	
20°	0.12
30°	0.16
45°	0.32
60°	0.56
90°	1.2
Зворотні клапани (без урахування зусилля пружини)	2–3
Клапани різного призначення	3–10
Крани керуючі	5
Клапан усмоктування $d_{mp}$ :	
20 мм	15.5
40 мм	12
60 мм	9.5
80 мм	8
100 мм	7
150 мм	6
Раптове розширення	$\left[\left(\frac{D}{d}\right)^2 - 1\right]^2$
Раптове звуження	$0.5 \left[1 - \left(\frac{D}{d}\right)^2\right]$

З урахуванням рівнянь (5.21) і (5.29) розрахункове рівняння (5.19) можна записати так:

$$h_g = \zeta_m \frac{w^2}{2g} + \sum \zeta_{m.o.} \frac{w^2}{2g} = \sum \zeta \frac{w^2}{2g}, \quad (5.30)$$

де  $\sum \zeta$  – сума коефіцієнтів опору.

Отже, втрата напору знаходиться за рівнянням:

$$h_g = \left( \lambda \frac{l}{d_{екв}} + \sum \zeta_{m.o.} \right) \frac{w^2}{2g}. \quad (5.31)$$

Відповідно, втрати тиску:

$$\Delta p_g = \left( \lambda \frac{l}{d_{екв}} + \sum \zeta_{m.o.} \right) \frac{\rho w^2}{2}. \quad (5.32)$$

Величина  $h_g$  у рівнянні (5.31) виражається у  $m$  стовпа рідини й не залежить від роду рідини, а втрати тиску  $\Delta p_g$  залежать від її густини.

У розрахунковій практиці при розрахунку втрат напору в місцевих опорах іноді замість розрахунку за допомогою коефіцієнта  $\zeta_{m.o.}$  умовно прирівнюють ці опори втратам напору на тертя в деякій гіпотетично прямій трубі еквівалентної довжини  $\zeta_{екв}$ . Такий прийом дає можливість використовувати для розрахунку втрати напору в місцевих опорах залежність того ж виду, що й рівняння (5.21). Довжину труби, еквівалентну даному місцевому опору, виражають зазвичай у вигляді добутку діаметра труби на деякий коефіцієнт  $n$ , який визначається експериментально:

$$l_{екв} = n \cdot d. \quad (5.33)$$

У цьому разі рівняння для розрахунку загальних втрат напору на тертя і місцеві опори має вигляд:

$$h_g = \lambda \frac{l + \sum l_{екв}}{d} \cdot \frac{w^2}{2g} = \lambda \frac{l + d \sum n}{d} \cdot \frac{w^2}{2g} = \lambda \left( \frac{l}{d} + \sum n \right) \frac{w^2}{2g}. \quad (5.34)$$

Значення  $n$  наводяться в довідниковій літературі.

## 6. НАСОСИ ТА КОМПРЕСОРИ

- 6.1. Основні параметри насосів.
- 6.2. Відцентрові насоси.
- 6.3. Інші типи насосів.
- 6.4. Компресорні машини.

### 6.1. Основні параметри насосів

У промисловості важливе значення має транспортування рідких або газоподібних продуктів по трубопроводах як усередині підприємства, так і поза ним. Для руху рідин по горизонтальних трубопроводах та з нижчого рівня на вищий використовують насоси.

**Насоси** – гідравлічні машини, які перетворюють механічну енергію двигуна в енергію переміщуваної рідини, підвищуючи її тиск. Різниця тисків рідини у насосі та трубопроводі зумовлює її переміщення.

Розрізняють насоси двох основних типів: 1) динамічні та 2) об'ємні.

1) У **динамічних** насосах рідина переміщується під дією сил на незамкнений об'єм рідини, який неперервно з'єднаний зі входом до насоса та виходом з нього.

2) В **об'ємних** насосах рідина переміщується (витісняється) при періодичній зміні замкненого об'єму рідини, який періодично з'єднується зі входом до насоса та виходом із нього.

Динамічні насоси за видом сил, діючих на рідину, поділяють на **лопатеві** та **насоси тертя**.

До **лопатевих** належать динамічні насоси, в яких енергія передається рідині під час обтікання лопатей, робочого колеса (або кількох робочих коліс), котрі обертаються. Своєю чергою лопатеві насоси поділяють на **відцентрові** й **осьові**, причому у відцентрових насосах рідина рухається через робоче колесо від його центра до периферії, а в осьових – у напрямку осі колеса.

**Насоси тертя** – динамічні насоси, в яких рідина переміщується переважно під дією сил тертя. До насосів тертя належать, зокрема, **вихорові** та **струмінні** насоси.

Група **об'ємних насосів** включає насоси, в яких рідина витісняється із замкненого простору тілом, котре рухається зворотно-поступально (поршневі, плунжерні, діафрагмові) або має

обертальний рух (шестирінчасті, пластинчасті, гвинтові).

Основними параметрами насоса будь-якого типу є **продуктивність, напір і потужність.**

**Продуктивність, або подача,  $Q$  (м<sup>3</sup>/с)** визначається об'ємом рідини, який подається насосом у нагнітальний трубопровід за одиницю часу.

**Напір  $H$  (м)** характеризує питому енергію, яка передається насосом одиниці ваги перекачуваної рідини. Цей параметр показує, наскільки зростає питома енергія рідини під час проходження її через насос, і визначається за допомогою рівняння Бернуллі. Напір можна уявити як висоту, на яку може бути піднятий 1 кг перекачуваної рідини за рахунок енергії, переданої насосом. Тому напір не залежить від питомої ваги або густини перекачуваної рідини.

**Корисна потужність  $N_{II}$** , витрачувана насосом на надання рідині енергії, дорівнює добутку питомої енергії  $H$  на вагову витрату  $\gamma Q$  рідини:

$$N_{II} = \gamma \cdot Q \cdot H = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H. \quad (6.1)$$

**Потужність на валу  $N_e$**  більша за повну потужність через втрати енергії в насосі, які враховуються коефіцієнтом корисної дії (к.к.д) насоса  $\eta_n$ :

$$N_e = \frac{N_{II}}{\eta_n} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta_n}. \quad (6.2)$$

**Коефіцієнт корисної дії (к.к.д.)  $\eta_n$**  характеризує досконалість конструкції та економічність експлуатації насоса. Величина  $\eta_n$  відображає відності втрати потужності в самому насосі й виражається добутком:

$$\eta_n = \eta_V \cdot \eta_z \cdot \eta_{мех}. \quad (6.3)$$

До виразу (6.3) входять такі величини:  $\eta_V = Q/Q_T$  – **коефіцієнт подачі, або об'ємний к.к.д.**, який є відношенням дійсної продуктивності насоса  $Q$  до теоретичної  $Q_T$  (враховує втрати продуктивності при витоках рідини через нещільності та сальники

насоса, а також внаслідок водночасного перекривання клапанів та виділення повітря з перекачуваної рідини за тиску, нижчого за атмосферний – під час всмоктування);  $\eta_g$  – **гідравлічний к.к.д.** – відношення дійсного напору насоса до теоретичного (враховує втрати напору під час руху рідини через насос);  $\eta_{мех}$  – **механічний к.к.д.**, котрий характеризує втрати потужності на механічне тертя у насосі (у підшипниках, сальниках тощо).

Значення  $\eta_n$  залежить від конструкції та ступеня зношування насоса й у середньому складає: для відцентрових насосів 0.6–0.7; для поршневих 0.8–0.9; для найдосконаліших відцентрових насосів великої продуктивності 0.93–0.95.

**Потужність, споживана двигуном, або номінальна потужність двигуна  $N_{\deltaв}$** , більша за потужність на валу внаслідок механічних втрат у передачі від електродвигуна до насоса й у самому електродвигуні. Ці втрати враховуються введенням у рівняння (6.3) **к.к.д. передачі  $\eta_{пер}$**  і **к.к.д. двигуна  $\eta_{\deltaв}$** :

$$N_{\deltaв} = \frac{N_e}{\eta_{пер} \cdot \eta_{\deltaв}} = \frac{N_{\Pi}}{\eta_n \cdot \eta_{пер} \cdot \eta_{\deltaв}}. \quad (6.4)$$

Добуток  $\eta_n \eta_{пер} \eta_{\deltaв}$  є **повним к.к.д. насосної установки  $\eta$** , який визначається як відношення корисної потужності  $N$  до номінальної потужності двигуна  $N_{\deltaв}$  і характеризує повні втрати потужності насосною установкою:

$$\eta = \frac{N_{\Pi}}{N_{\deltaв}} = \eta_n \cdot \eta_{пер} \cdot \eta_{\deltaв}. \quad (6.5)$$

З рівнянь (6.3) і (6.5) випливає, що повний к.к.д. насосної установки може бути виражений добутком п'яти величин:

$$\eta = \eta_v \cdot \eta_g \cdot \eta_{мех} \cdot \eta_{пер} \cdot \eta_{\deltaв}. \quad (6.6)$$

**Встановлена потужність двигуна  $N_{вст}$**  розраховується за величиною  $N_{\deltaв}$  з урахуванням можливих перевантажень у момент пуску насоса, виниклих через необхідність подолання інерції маси рідини у стані спокою:

$$N_{вст} = \beta N_{\deltaв}. \quad (6.7)$$

Тут  $\beta$  – коефіцієнт запасу потужності; його значення визначають залежно від номінальної потужності двигуна  $N_{дв}$ :

$N_{дв}, кВт$	< 1	1-5	5-50	> 50
$\beta$	2-1.5	1.5-1.2	1.2-1.15	1.1

Для визначення **напору** насоса в насосній установці (рис. 6.1) застосовують рівняння Бернуллі.

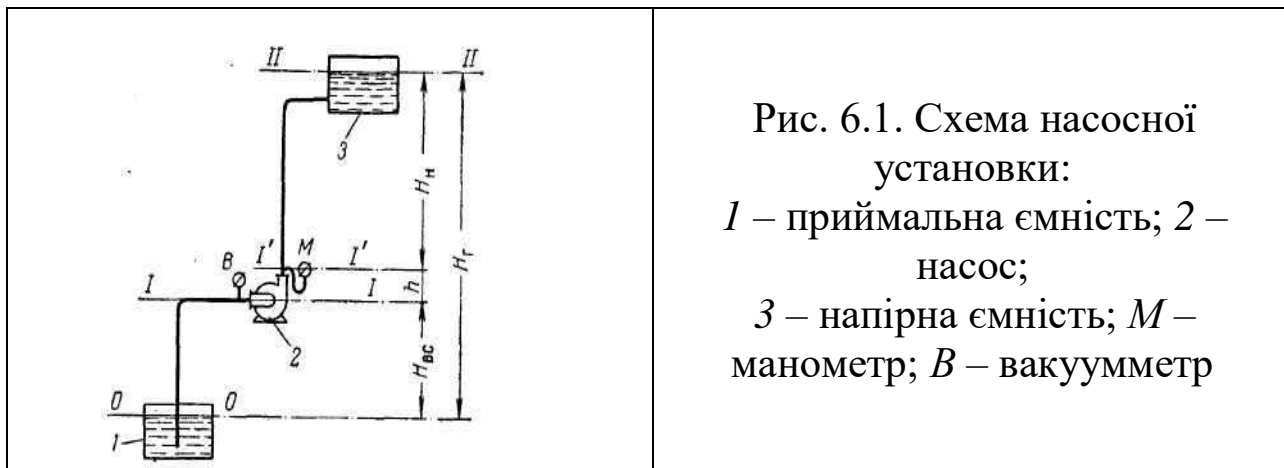


Рис. 6.1. Схема насосної установки:  
 1 – приймальна ємність; 2 – насос;  
 3 – напірна ємність; М – манометр; В – вакуумметр

Позначимо:  $p_0$  – тиск у ємності 1, з якої насосом 2 засмоктується рідина (приймальна ємність);  $p_2$  – тиск у напірній ємності 3;  $p_{вс}$  – тиск у всмоктувальному патрубку насоса;  $p_n$  – тиск у напірному патрубку насоса;  $H_{вс}$  – висота всмоктування;  $H_n$  – висота нагнітання;  $H_g$  – геометрична висота подачі рідини;  $h$  – відстань по вертикалі між рівнями установки манометра М і вакуумметра В.

Прийmemo за площину порівняння рівень рідини у приймальній ємності (переріз 0–0).

Рівняння Бернуллі для перерізів 0–0 і 1–1:

$$\frac{p_0}{\rho g} + \frac{w_0^2}{2g} = H_{вс} + \frac{p_{вс}}{\rho g} + \frac{w_{вс}^2}{2g} + h_{втр.вс}. \quad (6.8)$$

Рівняння Бернуллі для перерізів I'–I' і II–II:

$$H_{вс} + h + \frac{p_n}{\rho g} + \frac{w_n^2}{2g} + h_{втр.вс} = H_{вс} + h + H_n + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} + h_{втр.н}. \quad (6.9)$$

У цих рівняннях  $w_0$  і  $w_2$  – швидкості рідини у приймальній і

напірній ємностях (у перерізах  $O-O$  і  $II-II$  відповідно);

$w_{вс}$  і  $w_n$  – швидкості рідини у всмоктувальному та нагнітальному патрубках насоса;

$h_{втр.вс.}$  і  $h_{втр.н.}$  – втрати рідини у всмоктувальному та нагнітальному трубопроводах.

Швидкість рідини  $w_0$  дуже мала порівняно зі швидкістю у всмоктувальному трубопроводі, тобто порівняно з  $w_{вс}$ , тому нею можна знехтувати й вилучити з рівняння (6.8). Тоді з цього рівняння питома енергія  $E_{вх}$  рідини на вході у насос:

$$E_{вх} = H_{вс} + \frac{P_{вс}}{\rho g} + \frac{w_{вс}^2}{2g} = \frac{P_0}{\rho g} - h_{втр.вс.} \quad (6.10)$$

Аналогічно  $w_2 \ll w_n$ ; нехтуючи величиною  $w_2$  і враховуючи, що:  $H_{вс} + h + H = H_z$  – геометричній висоті підйому рідини, визначаємо за рівнянням (6.9) питому енергію рідини на виході з насоса:

$$E_{вих} = H_{вс} + h + \frac{P_n}{\rho g} + \frac{w_n^2}{2g} = H_z + \frac{P_2}{\rho g} - h_{втр.н.} \quad (6.11)$$

Віднімаючи від лівої частини рівняння (6.11) ліву частину рівняння (6.10), отримуємо напір насоса:

$$H = E_{вих} - E_{вх} = h + \frac{P_n - P_{вс}}{\rho g} + \frac{w_n^2 - w_{вс}^2}{2g} \quad (6.12)$$

Рівняння (6.12) показує, що *напір насоса дорівнює сумі трьох доданків: висоти підйому рідини у насосі, різниці п'єзометричних напорів і різниці динамічних напорів у нагнітальному та всмоктувальному патрубках насоса.*

Зазвичай нагнітальний і всмоктувальний патрубки мають однакові діаметри; відповідно  $w_n = w_{вс}$  і рівняння (6.12) спрощується:

$$H = h + \frac{P_n - P_{вс}}{\rho g} \quad (6.13)$$

Рівняння (6.12) і (6.13) використовують для розрахунків під

час проектування насосів.

Для визначення напору діючого насоса використовують показники встановлених на ньому манометра та вакуумметра. Якщо виразити абсолютні тиски  $p_{вс}$  і  $p_n$  через показники манометра і вакуумметра:  $p_n = p_m + p_a$  і  $p_{вс} = p_a - p_n$  і підставити ці вирази у рівняння (6.13), то отримаємо:

$$H = h + \frac{p_m + p_n}{\rho g}. \quad (6.14)$$

Отже, напір діючого насоса можна визначити як *суму показників манометра та вакуумметра (виражених у м стовпа перекачуваної рідини) та відстані по вертикалі між точками розташування цих приладів.*

Інше рівняння для напору насоса можна вивести, якщо від правої частини рівняння (6.11) відняти праву частину рівняння (6.9):

$$H = H_z + \frac{p_2 - p_0}{\rho g} + h_{втр}, \quad (6.15)$$

де  $h_{втр} = h_{втр.н.} + h_{втр.вс}$  – сумарний гідравлічний опір нагнітального та всмоктувального трубопроводів.

Згідно з рівнянням (6.15), у насосній установці *напір насоса витрачається на переміщення рідини на геометричну висоту її підйому ( $H_z$ ), подолання різниці тисків у напірній та приймальній ємностях ( $\frac{p_2 - p_0}{\rho g}$ ) і сумарного гідравлічного опору ( $h_{втр}$ ) у всмоктувальному та нагнітальному трубопроводах.* Рівняння (6.15) використовують для підбору насосів у технологічних установках.

Якщо тиски у приймальній і напірній ємностях однакові ( $p_0 = p_2$ ), то рівняння напору набуває вигляду:

$$H = H_z + h_{втр}. \quad (6.16)$$

При перекачуванні рідини по горизонтальному трубопроводу ( $H_\Gamma = 0$ ):

$$H = \frac{p_2 - p_0}{\rho g} + h_{\text{впр}}. \quad (6.16a)$$

У випадку рівності тисків у приймальній і напірній ємностях для горизонтального трубопроводу ( $p_0 = p_2$  і  $H_T = 0$ ) напір насоса:

$$H = h_{\text{впр}}. \quad (6.16b)$$

**Висота всмоктування.** Всмоктування рідини насосом відбувається під дією різниці тисків у приймальній ємності і на вході до насоса або під дією різниці напорів  $\frac{p_0}{\rho g} - \frac{p_{\text{вс}}}{\rho g}$ . Висота всмоктування може бути визначена з рівняння (6.8):

$$H_{\text{вс}} = \frac{p_0}{\rho g} - \left( \frac{p_{\text{вс}}}{\rho g} + \frac{w_{\text{вс}}^2 - w_0^2}{2g} + h_{\text{втр.вс.}} \right). \quad (6.17)$$

Враховуючи, що швидкість  $w_0 \approx 0$ , отримаємо:

$$H_{\text{вс}} = \frac{p_0}{\rho g} - \left( \frac{p_{\text{вс}}}{\rho g} + \frac{w_{\text{вс}}^2}{2g} + h_{\text{втр.вс.}} \right). \quad (6.18)$$

Отже, *висота всмоктування насоса збільшується зі зростанням тиску  $p_0$  у приймальній ємності та зменшується зі збільшенням тиску  $p_{\text{вс}}$ , швидкості рідини  $w_{\text{вс}}$  і втрат напору  $h_{\text{втр.вс.}}$  у всмоктувальному трубопроводі.*

Якщо рідина перекачується з відкритої ємності, то тиск  $p_0$  дорівнює атмосферному  $p_a$ . Тиск на вході у насос повинен бути більший за тиск  $p_t$  насиченої пари перекачуваної рідини за температури всмоктування ( $p_{\text{вс}} > p_t$ ), оскільки в іншому разі рідина в насосі почне кипіти. При цьому в результаті інтенсивного виділення з рідини парів і розчинених у ній газів можливе розривання потоку і зменшення висоти всмоктування до нуля. Отже:

$$H_{\text{вс}} \leq \frac{p_a}{\rho g} - \left( \frac{p_t}{\rho g} + \frac{w_{\text{вс}}^2}{2g} + h_{\text{втр.вс.}} \right). \quad (6.19)$$

З рівняння (6.19) випливає, що висота всмоктування залежить від атмосферного тиску, швидкості руху та густини перекачуваної рідини, її температури (і відповідно – тиску її парів) і гідравлічного опору всмоктувального трубопроводу.

Під час перекачування з відкритих резервуарів висота всмоктування не може бути більша за висоту стовпа перекачуваної рідини, що відповідає атмосферному тиску, який залежить від висоти місця встановлення насоса над рівнем моря.

Тиск насиченої пари рідини зростає з підвищенням температури і стає рівним зовнішньому (атмосферному) тиску при температурі кипіння. Збільшення температури перекачуваної рідини призводить до зменшення висоти всмоктування насоса. Як випливає з рівняння (6.19), висота всмоктування для рідин, які мають температуру, близьку до температури кипіння за умов всмоктування, може виявитися такою, що дорівнює нулю. Тому під час перекачування гарячих рідин насос встановлюють нижче за рівень приймальної ємності, щоб забезпечити деякий підпір з боку всмоктування, або створюють надлишковий тиск у приймальній ємності.

Практично висота всмоктування насосів при перекачуванні води не перевищує таких значень (табл. 6.1):

Таблиця 6.1

Висота всмоктування насоса залежно від температури перекачуваної води

Температура, °С	10	20	30	40	50	60	65
Висота всмоктування, м	6	5	4	3	2	1	0

На допустиму висоту всмоктування у насосі впливає також явище кавітації.

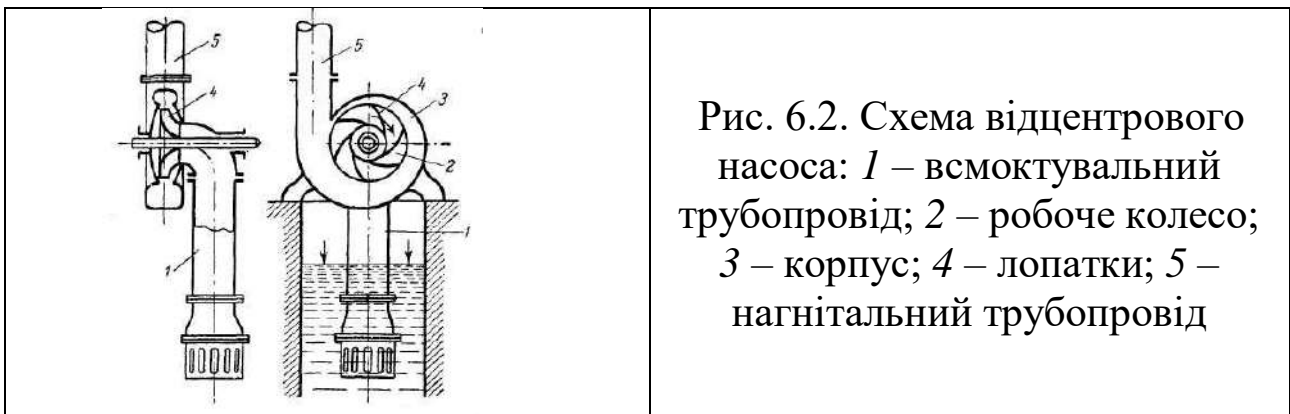
**Кавітація** виникає при високих швидкостях обертання робочих коліс відцентрових насосів та при перекачуванні гарячих рідин за умов, коли відбувається інтенсивне пароутворення у рідині, розміщеній у насосі. Бульбашки газу потрапляють разом із рідиною в область вищих тисків, де миттєво конденсуються. Рідина стрімко заповнює порожнини, в яких знаходилася пара, яка сконденсувалася, і це супроводжується гідравлічними ударами, шумом і струшуванням насоса. Кавітація призводить до швидкого

руйнування насоса через гідравлічні удари і посилення корозії під час пароутворення. При кавітації продуктивність і напір насосів різко знижуються.

## 6.2. Відцентрові насоси

У відцентрових насосах всмоктування та нагнітання рідини відбувається рівномірно та безперервно під дією відцентрової сили, котра виникає під час обертання робочого колеса з лопатками, розміщеного в спіралеподібному корпусі.

В одноступінчастому відцентровому насосі (рис. 6.2) рідина зі всмоктувального трубопроводу 1 надходить уздовж осі робочого колеса 2 у корпус 3 насоса та, потрапляючи на лопатки 4, набуває обертального руху. Відцентрова сила відкидає рідину в канал змінного перерізу між корпусом і робочим колесом, у якому швидкість рідини зменшується до значення, яке дорівнює швидкості у нагнітальному трубопроводі 5. При цьому, як випливає з рівняння Бернуллі, відбувається перетворення кінетичної енергії потоку рідини у статичний напір, що забезпечує підвищення тиску рідини. На вході до колеса створюється понижений тиск, і рідина з приймальної ємності безперервно надходить до насоса.



Тиск, створюваний відцентровим насосом, залежить від швидкості обертання робочого колеса. Внаслідок значних шпарин між колесом і корпусом насоса розрідження, виникне при обертанні колеса, недостатнє для підйому рідини до всмоктувального трубопроводу, якщо він і корпус насоса не залиті рідиною.

Напір одноступінчастих насосів (з одним робочим колесом) обмежений і не перевищує 50 м. Для створення вищих тисків використовують багатоступінчасті насоси (рис. 6.3), які мають

кілька робочих коліс  $1$  у загальному корпусі  $2$ , розташованих послідовно на одному валу  $3$ .

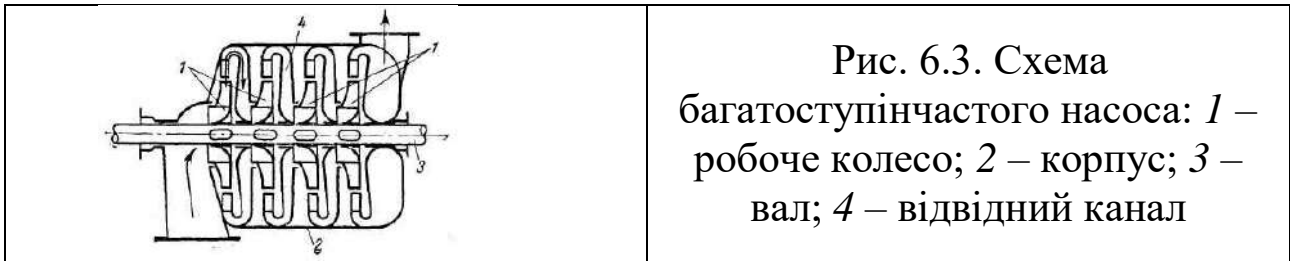


Рис. 6.3. Схема багатоступінчастого насоса:  $1$  – робоче колесо;  $2$  – корпус;  $3$  – вал;  $4$  – відвідний канал

Рідина, яка виходить з першого колеса, надходить по спеціальному відвідному каналу  $4$  у корпусі насоса у друге колесо (де їй надається додаткова енергія), з другого колеса через відвідний канал на третє колесо і так далі. Отже, приблизно можна сказати, що напір багатоступінчастого насоса дорівнює напору одного колеса, помноженого на кількість коліс. Кількість коліс зазвичай не перевищує п'яти.

У каналах між лопатками робочого колеса рідина, рухаючись уздовж лопатей, одночасно здійснює обертальний рух разом із колесом. Абсолютні швидкості рідини на вході у колесо  $c_1$  і на виході з колеса  $c_2$  є кожна геометричною сумою відносної та обертової швидкостей, тому їх можна розкласти (рис. 6.4) на відносні складові  $w_1$  і  $w_2$  (спрямовані вздовж лопаток) і обертові складові  $u_1$  і  $u_2$  відповідно.

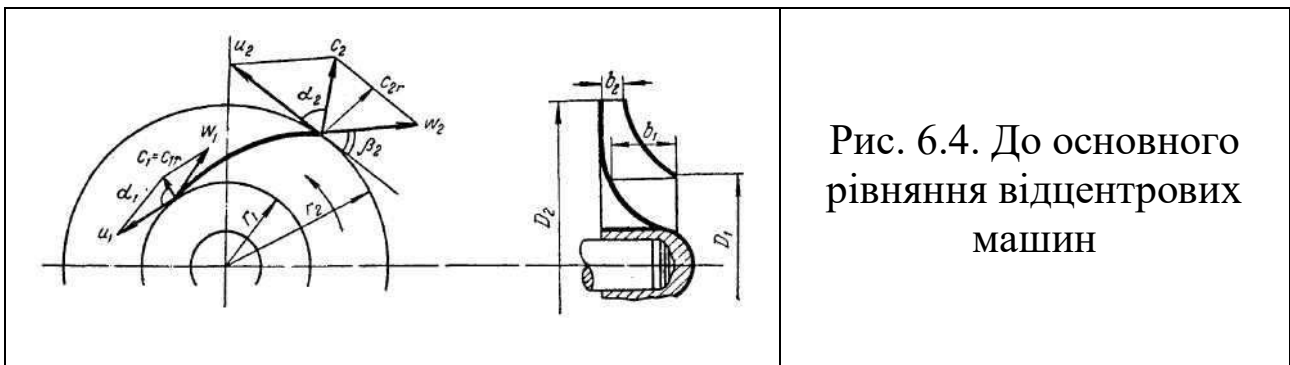


Рис. 6.4. До основного рівняння відцентрових машин

**Теоретичний напір  $H_T$  дорівнює:**

$$H_T = \frac{u_2 c_2 \cos \alpha_2 - u_1 c_1 \cos \alpha_1}{g} \quad (6.20)$$

Рівняння (6.20) називається **основним рівнянням відцентрових машин** і може застосовуватися до розрахунку всіх відцентрових машин, зокрема турбогазодувок, турбокомпресорів і вентиляторів. Воно істинне у тому разі, якщо всі частинки рідини рухаються у насосі по подібних траєкторіях. Це можливо лише за умови, що робоче колесо має нескінченно велику кількість лопаток і переріз каналу для проходу рідини невеликий.

Зазвичай рідина, надходячи зі всмоктувального трубопроводу, рухається по колесу в радіальному напрямку. У цьому разі кут між абсолютним значенням швидкості рідини на вході у робоче колесо й обертальною швидкістю  $\alpha_1 = 90^\circ$ . Тоді рівняння (6.20) спрощується:

$$H_T = \frac{u_2 c_2 \cos \alpha_2}{g}. \quad (6.21)$$

**Дійсний напір** насоса менший за теоретичний, оскільки частина енергії рідини витрачається на подолання гідравлічного опору всередині насоса й рідина в ньому за обмеженої кількості лопаток не рухається по подібних траєкторіях. Дійсний напір складає:

$$H = H_T \eta_z \varepsilon,$$

де  $\eta_z$  – гідравлічний к.к.д. насоса (0.8–0.95);  $\varepsilon$  – коефіцієнт, який враховує обмежену кількість лопаток у насосі, він дорівнює 0.6–0.8.

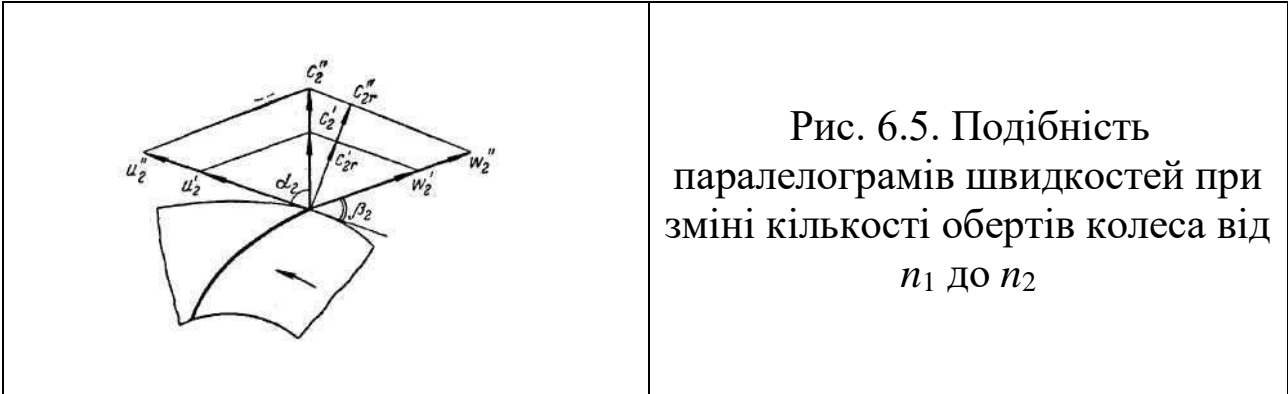
**Продуктивність** відцентрового насоса  $Q$  відповідає витраті рідини через канали завширшки  $b_1$  і  $b_2$  між лопатками робочого колеса:

$$Q = b_1(\pi D_1 - \delta \cdot z) c_{1r} = b_2(\pi D_2 - \delta \cdot z) c_{2r}, \quad (6.22)$$

де  $\delta$  – товщина лопаток;  $z$  – кількість лопаток;  $b_1$  і  $b_2$  – ширина робочого колеса на внутрішньому та зовнішньому колах відповідно;  $c_{1r}$  і  $c_{2r}$  – радіальні складові абсолютних швидкостей на вході у колесо та виході з нього.

Продуктивність і напір відцентрового насоса залежать від кількості обертів робочого колеса. Якщо змінити кількість обертів

колеса з  $n_1$  до  $n_2$ , що спричинить зміну продуктивності з  $Q_1$  до  $Q_2$ , то, за умови збереження подібності траєкторій руху частинок рідини, паралелограми швидкостей у будь-яких схожих точках потоків будуть геометрично подібними (рис. 6.5).



Відповідно:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{c_{2r}'}{c_{2r}''} = \frac{u_2'}{u_2''} = \frac{\pi D_2 n_1}{\pi D_2 n_2} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (6.23)$$

Напір відцентрового насоса пропорційний квадрату обертової швидкості:

$$\frac{H_1}{H_2} = \left( \frac{u_2'}{u_2''} \right)^2 = \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2. \quad (6.24)$$

Потужність, споживана насосом, пропорційна добутку продуктивності  $Q$  та його напору  $H$ . З урахуванням залежностей (6.23) і (6.24) одержимо:

$$\frac{N_1}{N_2} = \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^3. \quad (6.25)$$

Рівняння (6.23) – (6.25) мають назву **законів пропорційності**. Відповідно до цих законів зміна кількості обертів робочого колеса від  $n_1$  до  $n_2$  приводить до зміни продуктивності насоса пропорційно кількості обертів; висоти напору – пропорційно кількості обертів у другому степені, а потужності – пропорційно кількості обертів у третьому степені.

Практично такої строгої залежності між параметрами насоса немає. Закони пропорційності виконуються за зміни кількості обертів колеса не більш як у 2 рази.

Графічні залежності напору  $H$ , потужності на валу  $N_e$  і к.к.д. насоса від його продуктивності  $Q$  за постійної кількості обертів  $n$  називаються **характеристиками насоса** (рис. 6.6).

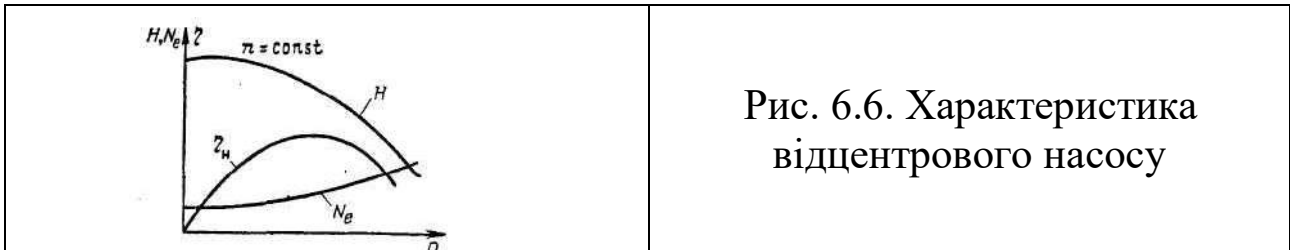


Рис. 6.6. Характеристика відцентрового насосу

Ці залежності отримують при випробуваннях відцентрових насосів, змінюючи ступінь відкриття засувки на нагнітальній лінії; вони наводяться в каталогах на насоси.

З рисунка (6.6) випливає, що зі збільшенням продуктивності за  $n = \text{const}$  напір насоса зменшується, споживана потужність зростає, а к.к.д. проходить через максимум. Невелика початкова ділянка кривої  $H-Q$ , де напір дещо зростає зі збільшенням продуктивності, відповідає неусталеній роботі насоса.

Знімаючи характеристики насоса за різної кількості обертів (рис. 6.7), отримують низку залежностей  $H-Q$ .

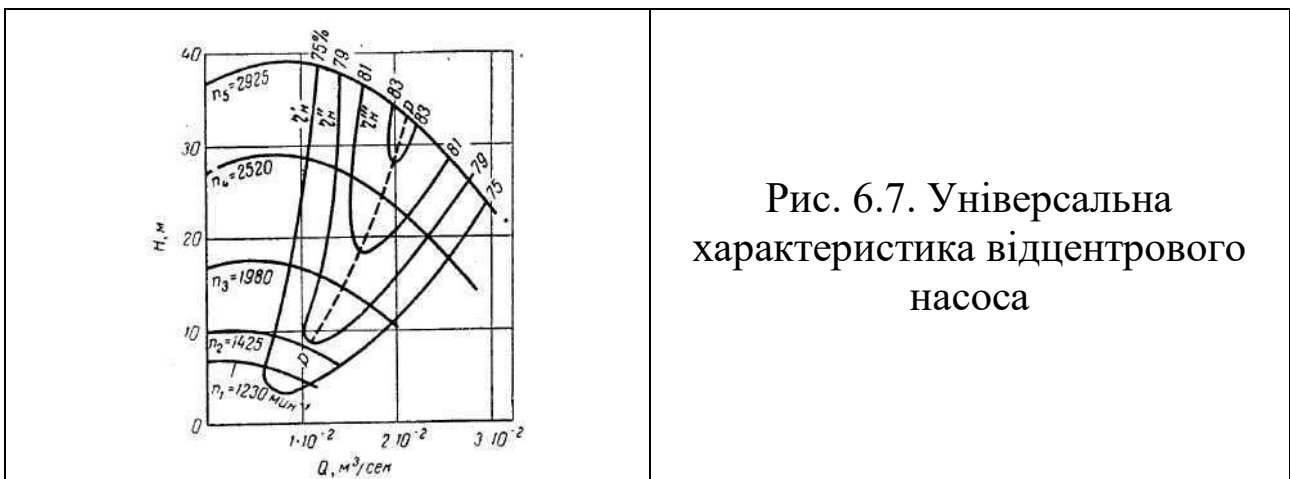


Рис. 6.7. Універсальна характеристика відцентрового насоса

На кожній кривій  $H-Q$  виділяють точки, котрі відповідають деякому постійному значенню к.к.д., які з'єднують між собою плавною лінією. Ці лінії обмежують області, всередині яких к.к.д. насоса має значення не менше, ніж вказане на межі області. Лінія  $p-$

$p$  відповідає максимальним значенням к.к.д. за даних кількостей обертів робочого колеса. Отримані графічні залежності між напором, к.к.д. і продуктивністю насоса за різних кількостей обертів колеса називають **універсальними характеристиками**. Користуючись універсальною характеристикою, можна встановити межі роботи насоса й обрати найоптимальніший режим роботи.

При виборі насоса необхідно враховувати характеристику мережі, тобто трубопроводу й апаратів, через які прокачується рідина.

Характеристика мережі виражає залежність між витратою рідини  $Q$  і напором  $H$ , необхідним для переміщення рідини по даній мережі. Напір  $H$  може бути визначений як сума геометричної висоти подачі  $H_2$  і втрат напору  $h_{втр}$ . Втрати напору пропорційні квадрату витрати рідини:

$$h_{втр} = kQ^2,$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності.

Тоді характеристика мережі виразиться залежністю, яка являє собою рівняння параболи:

$$H = H_2 + kQ^2.$$

Суміщення характеристик мережі і насоса наведено на рис. 6.8. Точка  $A$  перетину цих характеристик називається **робочою точкою**; вона відповідає найвищій продуктивності насоса при його роботі на дану мережу.

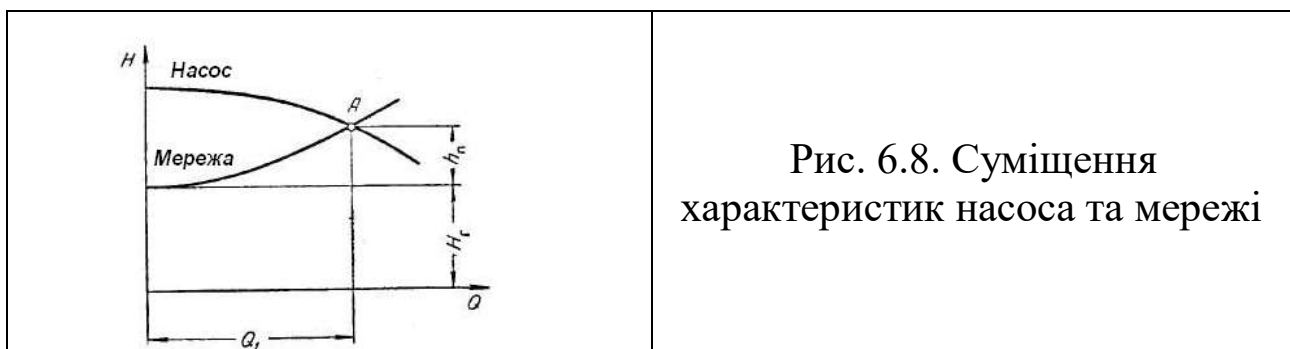


Рис. 6.8. Суміщення характеристик насоса та мережі

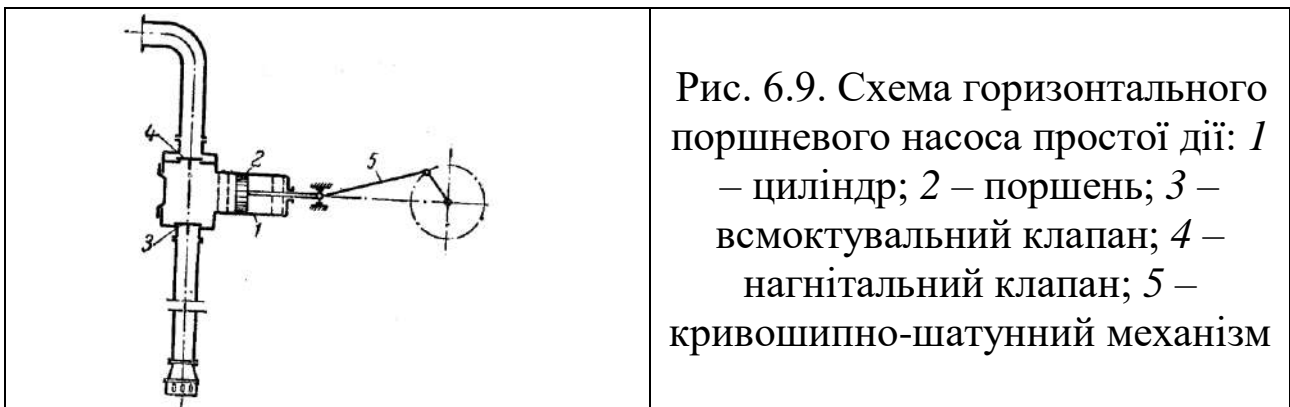
Якщо необхідна вища продуктивність, то необхідно або збільшити кількість обертів електродвигуна, або замінити даний

насос на насос більшої продуктивності. Збільшення продуктивності може бути досягнуте також зменшенням гідравлічного опору мережі. У цьому разі робоча точка зсується за характеристикою насоса праворуч.

Насос повинен бути вибраний так, щоб робоча точка відповідала необхідним продуктивності та напору в області найбільших к.к.д.

### 6.3. Інші типи насосів

У поршневому насосі (рис. 6.9) всмоктування і нагнітання рідини відбуваються при зворотно-поступальному русі поршня 2 у циліндрі 1 насоса.



При русі поршня вправо у замкненому просторі між кришкою циліндра і поршнем виникає розрідження. Під дією різниці тисків у приймальній ємності та циліндрі рідина підіймається по всмоктувальному трубопроводу та надходить до циліндра через відкритий клапан 3. Нагнітальний клапан 4 при ході поршня вправо закритий, оскільки на нього діє сила тиску рідини, розміщеної в нагнітальному трубопроводі. При ході поршня вліво у циліндрі виникає тиск, під дією якого закривається клапан 3 і відкривається клапан 4. Рідина через нагнітальний клапан надходить до нагнітального трубопроводу й далі в напірну ємність. Отже, всмоктування та нагнітання рідини поршневим насосом простої дії відбувається нерівномірно: всмоктування – під час руху поршня зліва направо, нагнітання – при зворотному напрямі руху поршня. У даному разі за два ходи поршня рідина один раз всмоктується і один раз нагнітається. Поршень насоса приводиться у дію кривошипно-шатунним механізмом 5, який перетворює обертальний рух вала на

зворотно-поступальний рух поршня.

За числом всмоктувань або нагнітань, здійснюваних за один оберт кривошипа або за два ходи поршня, поршневі насоси поділяють на насоси **простої** та **подвійної** дії. Залежно від конструкції розрізняють власне **поршневі** та **плунжерні** насоси.

У поршневих насосах основним робочим органом є поршень з ущільнювальними кільцями, пришліфованими до внутрішньої дзеркальної поверхні циліндра. Плунжер не має ущільнювальних кілець і відрізняється від поршня значно більшим відношенням довжини до діаметра.

На рис. 6.10 зображено **плунжерний вертикальний насос простої дії**.

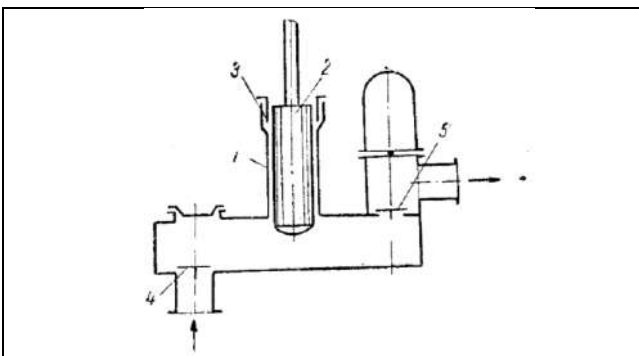


Рис. 6.10. Схема вертикального плунжерного насоса простої дії:  
1 – циліндр; 2 – плунжер; 3 – сальник; 4 – всмоктувальний клапан; 5 – нагнітальний клапан

Плунжер 2 рухається зворотно-поступально у циліндрі 1; плунжер ущільнено за рахунок сальника 3. Плунжерні насоси не потребують такої ретельної обробки внутрішньої поверхні циліндра, як поршневі.

Рівномірнішу подачу, ніж насоси простої дії, мають поршневі та плунжерні насоси подвійної дії. Горизонтальний плунжерний насос подвійної дії (рис. 6.11) можна розглядати як сукупність двох насосів простої дії. Він має чотири клапани – два всмоктувальні і два нагнітальні.

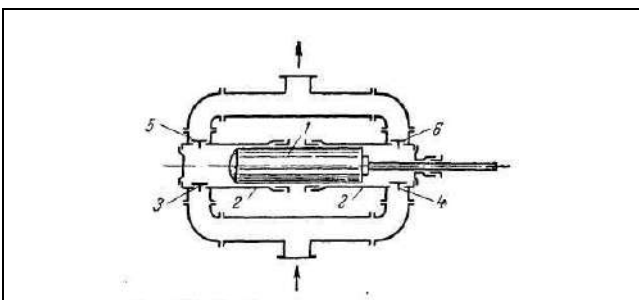


Рис. 6.11. Схема горизонтального плунжерного насоса простої дії:  
1 – плунжер; 2 – циліндри;  
3, 4 – всмоктувальні клапани;  
5, 6 – нагнітальні клапани

Під час ходу плунжера 1 вправо рідина всмоктується в ліву частину циліндра 2 через всмоктувальний клапан 3 і одночасно через нагнітальний клапан 6 надходить з правої частини циліндра до нагнітального трубопроводу; під час зворотного ходу поршня всмоктування відбувається у правій частині циліндра через всмоктувальний клапан 4, а нагнітання – у лівій частині циліндра через клапан 5. Отже, у насосах подвійної дії всмоктування та нагнітання відбуваються під час кожного ходу поршня, внаслідок чого продуктивність насосів цього типу більша та подача рівномірніша порівняно з насосами простої дії.

Ще рівномірніша робота **насоса потрійної дії – триплекс-насоса** (рис. 6.12). Триплекс-насоси – це потроєні насоси простої дії, кривошипи яких розташовані під кутом  $120^\circ$  один до одного. За один оберт колінчастого вала рідина три рази всмоктується та три рази нагнітається.

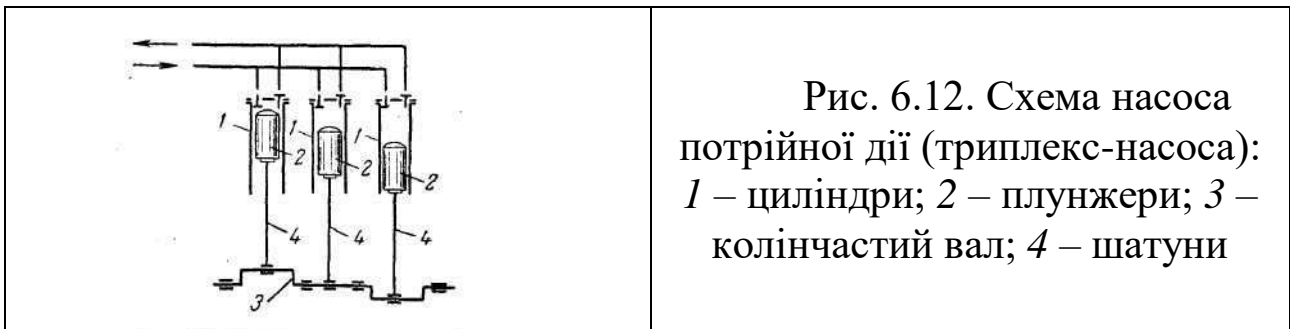


Рис. 6.12. Схема насоса потрійної дії (триплекс-насоса): 1 – циліндри; 2 – плунжери; 3 – колінчастий вал; 4 – шатуни

Об'ємні насоси здатні створювати практично нескінченно великий тиск, який обмежується лише характеристиками міцності конструкції або потужністю двигуна приводу.

За кількістю обертів кривошипа (числом подвійних ходів поршня) розрізняють **тихохідні** ( $n = 45-60 \text{ хв}^{-1}$ ), **нормальні** ( $n = 60-120 \text{ хв}^{-1}$ ) і **швидкохідні** ( $n = 120-180 \text{ хв}^{-1}$ ) поршневі насоси.

У поршневих насосах рідина під час всмоктування заповнює у циліндрі об'єм, звільнений поршнем. У період нагнітання цей об'єм рідини витісняється поршнем у нагнітальний трубопровід. Отже, теоретично (без витоків рідини) продуктивність поршневого насоса буде визначатися об'ємом, який витісняється поршнем за одиницю часу.

У поршковому насосі простої дії об'єм, витіснюваний поршнем за одиницю часу, дорівнюватиме добутку площини

перерізу  $F$  поршня, довжини ходу  $S$  поршня та кількості обертів  $n$  кривошипно-шатунного механізму (або числа подвійних ходів поршня).

Отже, теоретична продуктивність ( $Q_T, \text{м}^3/\text{с}$ ) насоса простої дії:

$$Q_T = F \cdot S \cdot n, \quad (6.26)$$

де  $n$  – кількість обертів,  $\text{с}^{-1}$ .

У насосі подвійної дії теоретична продуктивність становить:

$$Q_T = F \cdot S \cdot n + (F - f)S \cdot n = (2F - f)S \cdot n, \quad (6.27)$$

де  $f$  – площа поперечного перерізу штока.

З рівняння (6.27) випливає, що якщо знехтувати об'ємом рідини, витіснюваної штоком, то продуктивність насоса подвійної дії буде **вдвічі більшою** за продуктивність насоса простої дії.

Дійсна продуктивність поршневого насоса менша за теоретичну внаслідок витоків рідини через нещільності у сальниках, клапанах і місцях стику трубопроводів, а також виділення з рідини за тиску, нижчого за атмосферний розчиненого повітря. Всі ці втрати враховуються коефіцієнтом подачі або об'ємним к.к.д.  $\eta_V$ .

Дійсна продуктивність насоса:

$$Q = Q_T \eta_V. \quad (6.28)$$

У сучасних великих насосах коефіцієнт подачі досягає 0.97 – 0.99; для насосів середньої продуктивності  $\eta_V = 0.9 - 0.95$ ; для насосів малої продуктивності 0.85 – 0.9.

Залежність між напором  $H$  і продуктивністю  $Q$  поршневого насоса зображається вертикальною прямою (рис. 6.13).

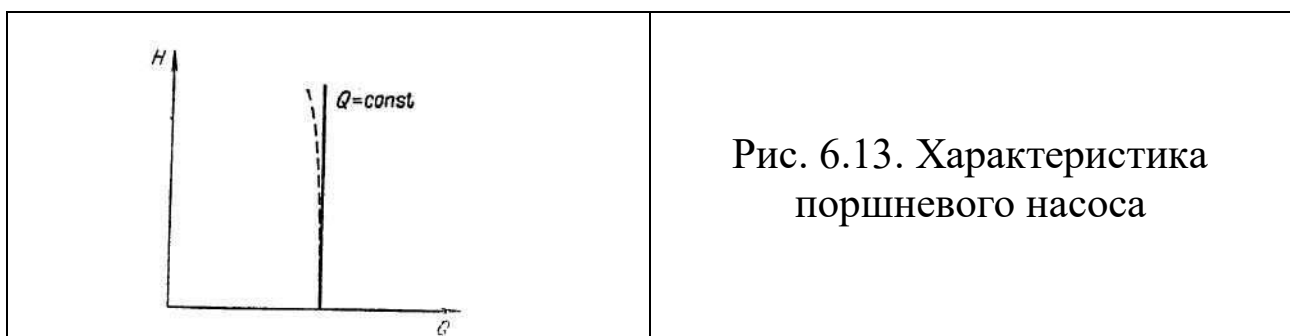


Рис. 6.13. Характеристика поршневого насоса

Характеристика показує, що **продуктивність поршневого насоса – величина постійна, не залежна від напору**. Реально зі збільшенням тиску дійсна продуктивність поршневого насоса дещо зменшується через збільшення витоків рідини через нещільності.

**Пропелерні (осьові) насоси** використовують для перекачування великих кількостей рідин за невеликих напорів. Пропелерні насоси використовують переважно для створення циркуляції рідини в різних апаратах, наприклад при випарюванні. Робоче колесо 3 насоса (рис. 6.14), за формою схоже на гребний гвинт, розташоване у корпусі 1. Рідина захоплюється лопатями робочого колеса та переміщується в осьовому напрямку, одночасно беручи участь у обертальному русі. За насосом встановлено спрямувальний апарат 4 для перетворення обертального руху рідини на поступальний.

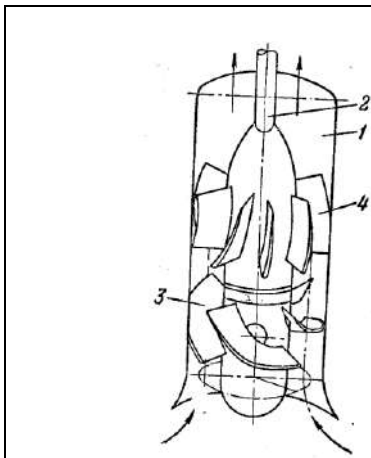
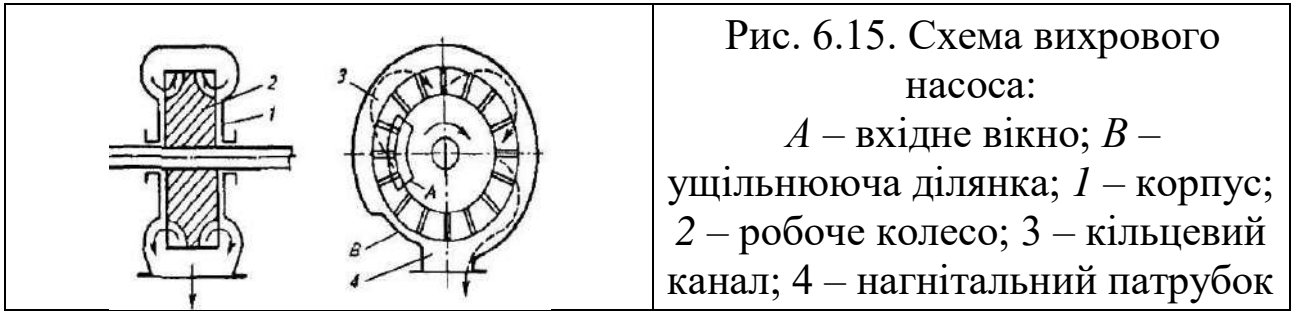


Рис. 6.14. Схема пропелерного насоса:

- 1 – корпус;
- 2 – вал;
- 3 – робоче колесо;
- 4 – направляючий апарат

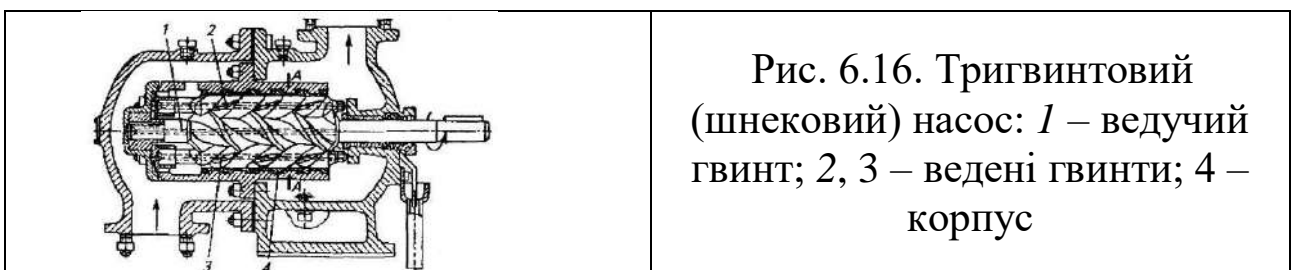
У **вихровому насосі** (рис. 6.15) рідина надходить на його робоче колесо 2 у тангенційному напрямку; у тангенційному напрямку розташовується й відвідний канал. Між корпусом і колесом насоса є радіальний зазор, який на ділянці кола між вихідним 4 і вхідним А отворами переходить у радіальне ущільнення В. Рідина, яка надходить через вхідний патрубок, захоплюється лопатями, викидається в радіальний зазор і знову спрямовується з нього на лопаті на меншому радіусі. У результаті цього руху утворюється меридіональний вихор.



Одночасно з цим вихровим рухом рідина переноситься у западинах між лопатями до вихідного патрубка. Кожна частинка рідини одночасно переноситься в тангенційному напрямку відносно корпусу й обертається в меридіональному вихорі. Під час кожного циклу її обертання у вихорі частинка отримує імпульс сили в радіальному напрямку. Внаслідок цього напір вихрового насоса збільшується майже на порядок щодо напору відцентрового насоса.

**Гвинтовим насосом** називають **шнековий** насос зі замкненими порожнинами. При обертанні гвинтів лінії контакту зубців переміщуються в осьовому напрямку. Рідина із западини витісняється в напрямку руху лінії контакту зубців. Одночасно з іншого боку в цю ж западину рідина всмоктується з магістралі подачі.

Переважного поширення набули насоси, які мають три гвинти – один ведучий і два ведені (рис. 6.16). Нарізка гвинтів має спеціальну форму й утворює у місцях взаємного дотику гвинтів герметичні ущільнення, які поділяють насос за довжиною на ряд замкнених порожнин. Напрямок нарізки кожного веденого гвинта протилежний до напрямку нарізки ведучого. Співвідношення розмірів гвинтів обрано такими, щоб ведені гвинти набували обертання не від ведучого гвинта, а під дією тиску перекачуваної рідини. Тиск, котрий розвивається гвинтовими насосами, залежить від числа кроків гвинтової нарізки і збільшується зі зростанням відношення довжини гвинта до його діаметра.



**Лабіринтний насос** (рис. 6.17) поєднує ротор *1* і статор (корпус) *2*, на поверхнях яких виготовлені канали (нарізка) у вигляді гвинтових поверхонь протилежного напрямку *3* і *4*.

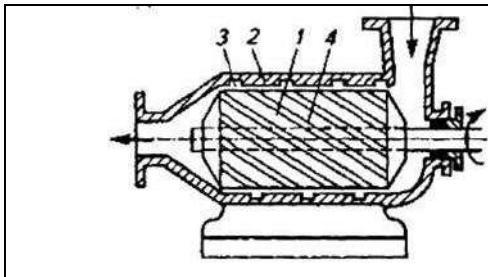


Рис. 6.17. Схема лабіринтного насоса: *1* – ротор; *2* – статор (корпус); *3, 4* – канали (нарізка)

Ротор розташований із зазором відносно статора. При обертанні ротора рідина рухається по каналах статора від входу до виходу. К.к.д таких насосів приблизно 0.30–0.35.

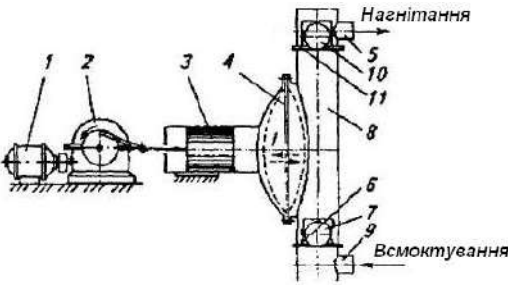
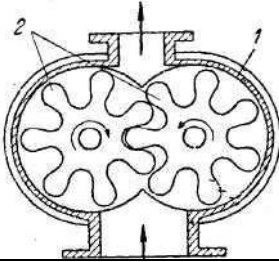
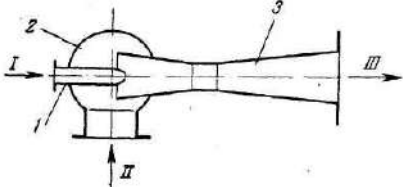
**Мембранний насос** (рис. 6.18) – це власне поршневий насос простої дії, у якому мембрана відокремлює порожнину перекачуваної рідини від порожнини поршневого приводу. Під дією поршня *3*, який приводиться у дію кривошипно-шатунним механізмом *2* від електродвигуна *1*, мембрана *4* прогинається то в один, то в інший бік, створюючи у порожнині для прокачуваної рідини *8* то підвищений тиск, то розрідження. Зворотні клапани *10* і *6* перемінно відкриваються і закриваються, припіднімаючись над сідлами *9* і *7* та забезпечуючи рух рідини то в робочу порожнину *8* (період всмоктування), то з неї (період нагнітання). Поршневий привід такого насоса захищений від дії агресивних і абразивних компонентів перекачуваного середовища.

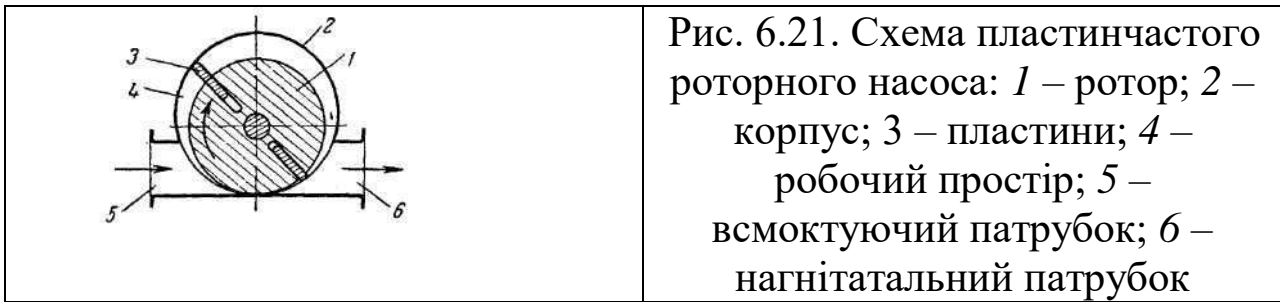
У корпусі *1* **шестерінчастого насоса** (рис. 6.19) розміщуються дві шестерні *2*, одна з яких (ведуча) приводиться в обертання від електродвигуна. Коли зубці шестерень виходять зі зчеплення, утворюється розрідження, під дією якого відбувається всмоктування рідини. Вона надходить до корпусу, захоплюється зубцями шестерень і переміщується вздовж стінок корпусу в напрямку обертання. В області, де зубці знову зчеплюються, рідина витісняється і надходить до напірного трубопроводу.

У **струмінних насосах** (рис. 6.20) для переміщення рідин і створення напору використовують кінетичну енергію іншої рідини, яку називають робочою. Як робочу рідину зазвичай використовують пару або воду.

Робоча рідина *I* надходить із великою швидкістю із сопла *1* через камеру змішування *2* у дифузор *3*, захоплюючи за рахунок поверхневого тертя перекачувану рідину *II*. У найвужчій частині дифузора швидкість робочої і перекачуваної рідин сягає найбільшого значення, а статичний тиск потоку, відповідно до рівняння Бернуллі, стає найменшим. Перепад тисків у камері змішування і дифузори забезпечує подачу рідини *II* у камеру змішування на всмоктуючій лінії. У дифузори швидкість потоку зменшується, але збільшується потенційна енергія тиску, і рідина під напором надходить до нагнітального трубопроводу.

**Пластинчастий насос** (рис. 6.21) являє собою масивний циліндр *1* з прорізами постійної ширини (ротор), розташований ексцентрично в корпусі *2*. Вал ротора через сальник у торцевій кришці виводиться з корпусу для з'єднання з валом електродвигуна.

	<p>Рис. 6.18. Мембранний насос:  <i>1</i> – електродвигун; <i>2</i> – кривошипно-шатунний механізм; <i>3</i> – поршень з циліндром; <i>4</i> – мембрана; <i>5</i> – нагнітальний патрубок; <i>6, 10</i> – зворотні клапани; <i>7, 9</i> – сідла; <i>8</i> – порожнина для продукту; <i>11</i> – всмоктуючий патрубок</p>
	<p>Рис. 6.19. Схема шестерінчастого насоса:  <i>1</i> – корпус; <i>2</i> – шестерні</p>
	<p>Рис. 6.20. Струмінний насос:  <i>I</i> – робоча рідина;  <i>II</i> – перекачувана рідина;  <i>III</i> – суміш; <i>1</i> – сопло; <i>2</i> – корпус насоса; <i>3</i> – дифузор</p>



У прорізі циліндра вставлені прямокутні пластини 3, які під час обертання ротора під дією відцентрової сили щільно притискаються до внутрішньої поверхні циліндра, розділюючи серпоподібний робочий простір 4 між корпусом і ротором на камери. Об'єм кожної камери збільшується під час руху пластини від всмоктувального патрубку 5 до вертикальної осі насоса, у результаті чого у камері утворюється розрідження та відбувається всмоктування рідини через патрубок 5. Під час руху пластини від вертикальної осі у напрямку обертання об'єм камери зменшується і рідина витісняється з насоса у напірний трубопровід 6.

#### 6.4. Компресорні машини

Компресори слугують для стиснення газів. Їх, як і насоси, класифікують як **об'ємні** та **динамічні**. До об'ємних компресорів належать **поршневі** та **роторні**, а до динамічних – **лопаткові**. Лопаткові компресори виготовляють у вигляді **відцентрових** або **осьових**. Залежно від тиску на виході лопаткові машини називають **турбогазовдувками** (тиск до 0.30–0.35 МПа), або **відцентровими компресорами** (тиск до 2.5–3.0 МПа).

Параметри стану при стисненні газів змінюються відповідно до рівняння Менделєєва – Клапейрона:

$$pV = GRT, \quad (6.29)$$

де  $p$  – тиск, Па;  $V$  – повний об'єм ( $m^3$ ), який займає газ масою  $G$  (кг);  $R$  – газова стала, Дж/(кг · К); для повітря  $R \approx 287.0$  Дж/(кг · К);  $T$  – температура, К.

Відповідно до цього рівняння температура газу при стисненні зростає. Наприклад, якщо атмосферне повітря стиснути за відсутності теплообміну з довікіллям (адіабатично) за ступеня підвищення тиску  $\varepsilon = p_2 / p_1 = 8$ , то його температура зросте до

536 К. Ця температура перевищує температуру спалаху масла в компресорі та може спричинити вибух або займання нагару. Тому ступінь підвищення тиску в одній ступені компресора обмежується значенням  $\varepsilon = 7$  (або із запасом  $\varepsilon = 5-6$ ). Якщо необхідні більші значення  $\varepsilon$ , то необхідно стискати газ у багатоступінчастому компресорі з проміжним охолодженням після кожного ступеня.

Процес **адіабатичного** стиснення газу від тиску  $p_1$  до тиску  $p_2$  в адіабатичних умовах описується рівнянням:

$$p_1 V_1^K = p_2 V_2^K, \quad (6.30)$$

де  $V_1$  і  $V_2$  – питомі (на одиницю маси) об'єми газу у станах 1 і 2;  $K$  – показник адіабати стиснення (розширення).

Показник адіабати стиснення (розширення) – це відношення теплоємностей газу за постійних тиску та об'єму  $k = c_p / c_v$  і для двохатомних газів, зокрема для повітря, дорівнює  $k = 1.4$ .

Якщо стиснення не ідеальне, тобто втрати тепла мають місце, його називають **політропним**, а показник адіабати переходить у показник політропи  $n$ , причому  $n < k$ . Гранично за дуже великої втрати тепла стиснення стає **ізотермічним** і  $n \rightarrow 1$ . При стисненні повітря у компресорах з водяним охолодженням вважають, що  $n = 1.35$ .

Питома робота  $I$ , яка здійснюється над 1 кг газу при політропному стисненні, визначається рівнянням:

$$I = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]. \quad (6.31)$$

Це рівняння справедливе незалежно від конструкції компресора.

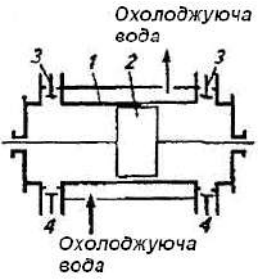
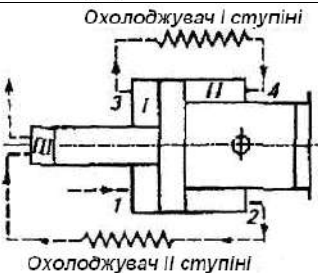
**Поршневі компресори** бувають **простої** та **подвійної дії**. Компресор простої дії виконує за повний цикл роботи одне всмоктування та одне нагнітання. У компресорах подвійної дії (рис. 6.22) ці операції повторюються двічі за цикл.

За числом ступенів стиснення поршневі компресори поділяють на одно- і багатооступінчасті; за роз-ташуванням циліндрів у просторі – на горизонтальні та вертикальні.

**Двоступінчастий поршневий компресор з диференціальним поршнем** показаний на рис. 6.23. Термін «*диференціальний поршень*» означає, що він працює і лівим, і правим торцями та приводиться у рух через шток, що зменшує об'єм у відповідній частині циліндра.

У даному компресорі ступені стиснення рознесені по різні боки диференціального поршня. За тиску поршня вправо повітря всмоктується у I ступінь стиснення через клапан 1 і виштовхується з II ступеня у ресивер через клапан 2. За руху поршня вліво повітря у I ступіні стискається і після досягнення тиску спрацьовування клапана 3 виштовхується в охолоджувач; у II ступінь повітря надходить з охолоджувача через клапан 4, який відкривається одночасно з клапаном 3.

Поршневі компресори, як і поршневі насоси, характеризуються пульсуючою подачею. Для її згладжування застосовують ресивери – ємності об'ємом, який дорівнює 25–40 об'ємів циліндра компресора простої дії. Для компресорів подвійної дії об'єм ресивера вибирають у 15–20 разів більшим за об'єм циліндра. У ресивері газ одночасно очищається від вологи і масла, яке потрапляє у нього з компресора. Ці компоненти осаджуються на дні ресивера.

	<p>Рис. 6.22. Схема поршневого компресора подвійної дії: 1 – циліндр; 2 – поршень; 3 – всмоктувальні клапани; 4 – нагнітальні клапани</p>
	<p>Рис. 6.23. Двоступінчастий поршневий компресор з диференціальним поршнем: 1-4 – клапани</p>

Схеми конструктивного виконання багаступінчастих поршневих компресорів показані на рис. 6.24.

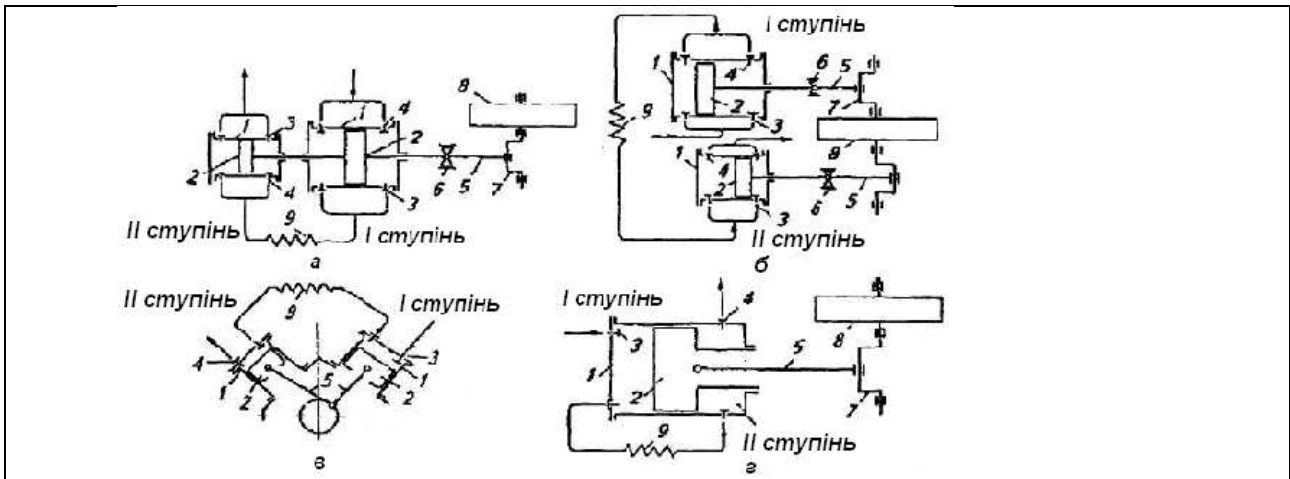


Рис. 6.24. Схема багатоступінчастих поршневих компресорів: *а, б, в* – зі стисненням у окремих циліндрах (*а* – однорядне; *б* – дворядне; *в* – V-подібне виконання); *г* – з диференціальним поршнем; *1* – циліндр; *2* – поршень; *3, 4* – всмоктувальний і нагнітальний клапани; *5* – шатун; *6* – повзун (крейцкопф); *7* – кривошип; *8* – маховик; *9* – проміжний холодильник

**Роторні компресори та повітрорудки.** До роторних компресорів належать, наприклад, пластинчасті. Особливості конструкції пластинчастого компресора порівняно з конструкцією пластинчастого насоса – це охолодження корпусу та зменшення кількості пластин.

**Роторна повітрорудка** (рис. 6.25) може вважатися модифікацією шестирінчастого насоса, в якому шестерні замінені профільованими роторами, що перебувають у тісному зчепленні один з іншим.

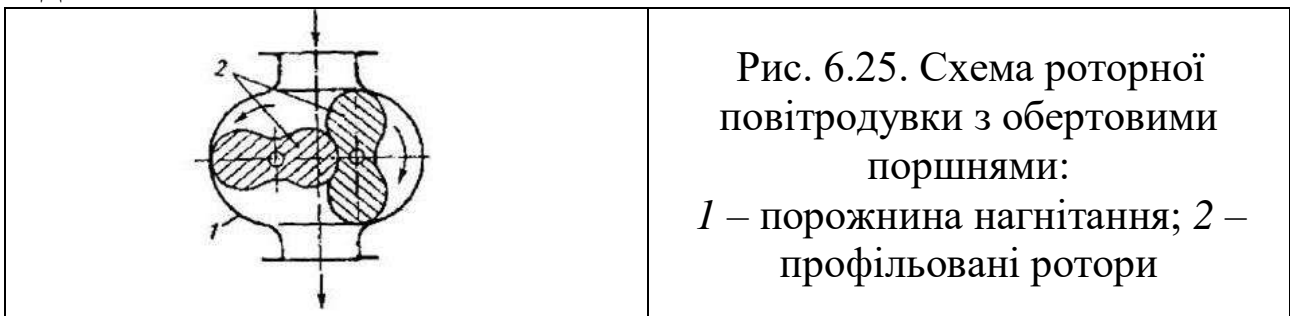


Рис. 6.25. Схема роторної повітрорудки з обертовими поршнями: *1* – порожнина нагнітання; *2* – профільовані ротори

Привід роторів здійснюється зубчастою передачею. Ротори 2 обертаються у корпусі *1*, переносять повітря від всмоктувального патрубка до нагнітального. За своїми параметрами повітрорудки близькі до компресорів, які застосовуються для пневмотранспорту сипких продуктів.

**Лопаткові компресори** бувають **відцентровими й осьовими**. Як правило, це **багатоступінчасті** агрегати. Залежно від температур, котрі досягаються кожним їх ступінем, їх виготовляють із **проміжним охолодженням** і без нього.

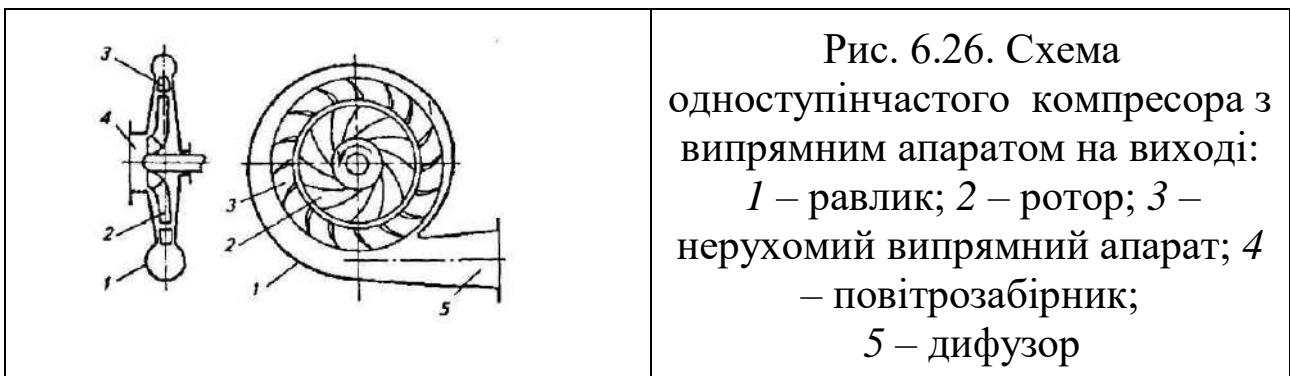
На виході з обертових коліс компресора реалізуються підвищені обертальні швидкості потоків газу. Для переведення кінетичної енергії, пов'язаної з цією швидкістю, у потенційну енергію тиску за кожним ступінем компресора встановлюють нерухомий випрямний лопатковий апарат. У ньому, як у дифузори, газ гальмується і, внаслідок викривлення лопаток, набуває заданого напрямку руху.

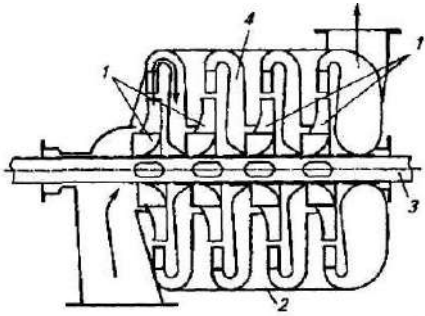
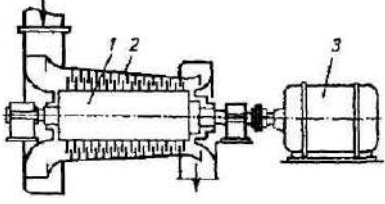
Через підвищену частоту обертання коліс компресоров потрібне також коректування напрямку входу потоку газу на лопатки. Ця операція виконується нерухомим лопатковим спрямувальним апаратом, розташованим перед входом в обертове колесо.

Отже, на вході у робоче колесо може бути встановлений спрямувальний лопатковий апарат, між ступенями – випрямно-спрямувальний апарат, а на виході з останнього ступеня – випрямний апарат.

Схема одноступінчастого відцентрового компресора (турбогазодувки) показана на рис. 6.26, а багатоступінчастого – на рис. 6.27.

Схема багатоступінчастого осьового компресора з електричним приводом зображена на рис. 6.28.



	<p>Рис. 6.27. Чотириступінчаста відцентрова турбогазовдувка:  1 – відцентрові колеса; 2 – корпус;  3 – вал; 4 – напрямні апарату</p>
	<p>Рис. 6.28. Схема осевого компресора з електричним приводом:  1 – ротор; 2 – статор;  3 – електродвигун</p>

**Вакуумні насоси** – це ті ж компресори, які працюють в іншому діапазоні тисків. Вони всмоктують газ при залишковому тиску порядку  $p_1 = 0.005 \text{ МПа}$  і викидають його в атмосферу при тискові порядку  $p_2 = 0.105 \text{ МПа}$ , тобто дещо вище за атмосферний. Ступінь підвищення тиску при цьому:

$$\varepsilon = \frac{p_2}{p_1} = \frac{0.105}{0.005} = 21. \quad (6.32)$$

Це значно перевищує ступінь підвищення тиску в одній ступіні компресора, максимальне значення якого дорівнює 7.

Через високий ступінь підвищення тиску вакуумних насосів зменшується об'єм подача, внаслідок чого зростає негативний вплив на витрату «мертвого» простору циліндрів. Перепуск стисненого газу з цього простору на вхід наступної ступені компресора (якщо вона є) підвищує ефективність процесу вакуумування.

**Ротаційні вакуумні насоси** (рис. 6.29) в основному – **пластинчасті (шиберніми)**. Ці насоси дають змогу досягнути залишкового тиску  $7\text{--}13 \text{ Па}$  при одноступінчастій схемі,  $1.3 \text{ Па}$  – при двоступінчастій і  $0.13 \text{ Па}$  – при триступінчастій. Основний їх недолік – зменшення об'ємного к.к.д. при невеликому зношуванні пластин. Шиберні вакуумні насоси мають охолодження.

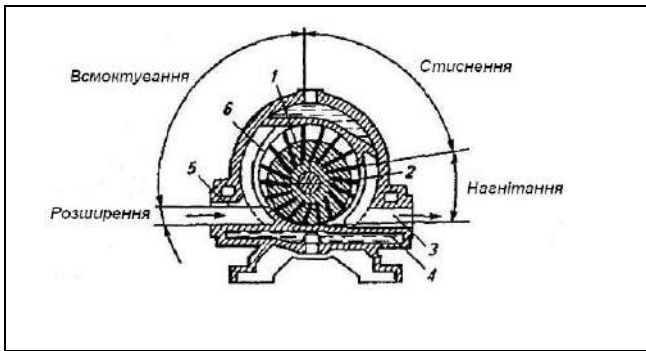


Рис. 6.29. Схема ротаційного вакуумного насоса:  
 1 – ротор; 2 – шибєрна пластинка;  
 3 – канал нагнітання; 4 – порожнина охолодження;  
 5 – канал всмоктування; 6 – коло максимального виходу

**Водокільцевий вакуумний насос** має циліндричний корпус 1 (рис. 6.30, а), у якому ексцентрично обертається ротор 2 з лопатями 3. При обертанні ротора вода, яка частково заповнює корпус, відкидається до периферії, утворюючи концентричний корпусу кільцевий об'єм. У верхній частині насоса вода досягає зовнішнього діаметра вала, а в нижній – зовнішнього діаметра лопатей. На проміжних діаметрах лопаті частково перебувають у воді.

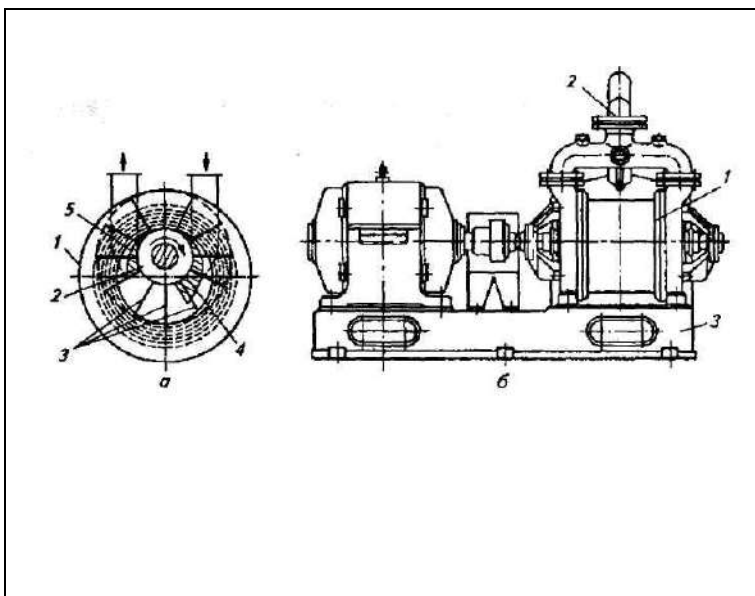


Рис. 6.30. Водокільцевий вакуумний насос: а – схема: 1 – корпус; 2 – ротор; 3 – шибєрні пластинки; 4 – серпоподібна щілина всмоктування; 5 – серпоподібна щілина нагнітання; б – зовнішній вигляд: 1 – насос; 2 – патрубкі всмоктування та нагнітання; 3 – станина

Відкачуваний газ усмоктується через торцеву серпоподібну щілину 4 і нагнітається у таку ж серпоподібну щілину 5. У невеликих кількостях вода, яка ліквідує зазор між корпусом і периферійною частиною лопатей 3, виноситься потоком газу, і цей винос повинен компенсуватися.

Компонування водокільцевого вакуумного насоса показана на рис. 6.30 б.

## 7. ВІДСТОЮВАННЯ ТА ФІЛЬТРУВАННЯ

- 7.1. Методи розділення неоднорідних систем.
- 7.2. Рух тіл у рідинах і процес осадження.
- 7.3. Відстійники.
- 7.4. Фільтрування.
- 7.5. Устаткування для фільтрування.

### 7.1. Методи розділення неоднорідних систем

**Неоднорідними (гетерогенними)** називають системи, які складаються з двох або більшої кількості фаз. Фази, котрі становлять систему, можуть бути механічно відділені одна від одної.

Будь-яка неоднорідна бінарна система складається з дисперсної (внутрішньої) фази та дисперсійного середовища, або суцільної (зовнішньої) фази, у якій розподілені частинки дисперсної фази. Залежно від фізичного стану фаз розрізняють: суспензії, емульсії, піни, пил, дими та тумани.

**Суспензії** – неоднорідні системи, які складаються з рідини та зважених у ній частинок. Суспензії умовно поділяють на грубодисперсні ( $d > 100$  мкм), високодисперсні (0.5–100 мкм) і ультрадисперсні (0.1–0.5 мкм).

Перехідну область між суспензіями та істинними розчинами обіймають колоїдні розчини, в яких розміри частинок, які перебувають у рідині, середні між розмірами молекул і частинок суспензії.

**Емульсії** – системи, які складаються з рідини та розподілених у ній крапель іншої рідини, яка не змішується з першою. Розміри частинок дисперсної фази можуть змінюватися в широких межах. Під дією сили тяжіння емульсії розшаровуються, але за незначних розмірів крапель ( $< 0.4$ – $0.5$  мкм) або за додавання стабілізаторів емульсії стають стабільними і не розшаровуються протягом тривалого часу.

**Піни** – системи, котрі складаються з рідини та розподілених у ній бульбашок газу. Ці газо-рідинні системи за своїми властивостями близькі до емульсій.

**Пил і дим** – системи з газу та розподілених у ньому частинок твердої речовини. Розміри частинок пилу складають приблизно 3–70 мкм. Для утворення диму розміри частинок мають становити

0.3–5 мкм. При утворенні дисперсної фази з частинок рідини приблизно таких самих розмірів виникають системи, які називають **туманами**. Пил, дим і туман є аеродисперсними системами, або **аерозолями**.

У виробничих умовах залежно від розмірів частинок дисперсної фази, різниці густин дисперсної та суцільної фаз, в'язкості суцільної фази використовуються такі методи розділення, як:

- 1) осадження;
- 2) фільтрування;
- 3) центрифугування;
- 4) мокре розділення.

Ці методи – основа гідромеханічних процесів розділення неоднорідних систем.

**Осадження** – процес розділення, за якого зважені у рідині або газі тверді частинки відокремлюються від суцільної фази під дією сили тяжіння, сил інерції (зокрема відцентрових) або електростатичних сил. Осадження частинок під дією сили тяжіння називають **відстоюванням**. Відстоювання переважно використовується для попереднього розділення неоднорідних систем.

**Фільтрування** – процес розділення за допомогою пористої перегородки, здатної пропускати рідину або газ, але затримувати зважені тверді частинки. Воно здійснюється під дією сил тиску або відцентрових сил і застосовується для тоншого розділення суспензій чи пилу.

**Центрифугування** – процес розділення суспензій і емульсій у полі відцентрових сил. Під дією цих сил осадження поєднується з ущільненням осаду, а фільтрування – з ущільненням і механічним сушінням осаду.

**Мокре розділення** – процес уловлювання зважених у газі частинок якоюсь рідиною. Відбувається під дією сил тяжіння або сил інерції та застосовується для очищення газів і розділення суспензій. При обробці осадів мокре розділення використовують у комбінації з іншими способами розділення (промивання осадів у процесах відстоювання та фільтрування).

Рівняння матеріального балансу процесу розділення рідких систем має такий вигляд:

за загальною кількістю речовин –

$$G_{\text{сум}} = G_{\text{осв}} + G_{\text{ос}},$$

за дисперсною фазою (речовиною  $b$ ) –

$$G_{\text{сум}} x_{\text{сум}} = G_{\text{осв}} x_{\text{осв}} + G_{\text{ос}} x_{\text{ос}},$$

де  $G_{\text{сум}}$ ,  $G_{\text{осв}}$ ,  $G_{\text{ос}}$  – маса вихідної суміші, освітленої рідини й отриманого осаду, кг;  $x_{\text{сум}}$ ,  $x_{\text{осв}}$ ,  $x_{\text{ос}}$  – вміст речовини  $b$  у вихідній суміші, освітленій рідині й осаді, масові частки.

Сумісне розв'язання наведених рівнянь дає змогу визначити масу освітленої рідини та масу осаду, який отримується за заданого вмісту речовини  $b$  в осаді й освітленій рідині:

$$G_{\text{осв}} = G_{\text{сум}} \frac{x_{\text{ос}} - x_{\text{сум}}}{x_{\text{ос}} - x_{\text{осв}}},$$

$$G_{\text{ос}} = G_{\text{сум}} \frac{x_{\text{сум}} - x_{\text{осв}}}{x_{\text{ос}} - x_{\text{осв}}}.$$

Уміст зважених частинок в освітленій рідині та в осаді вибирається залежно від конкретних технологічних умов процесу розділення. При цьому вміст речовини в освітленій рідині зазвичай обмежується деякою нижньою межею.

## 7.2. Рух тіл у рідинах і процес осадження

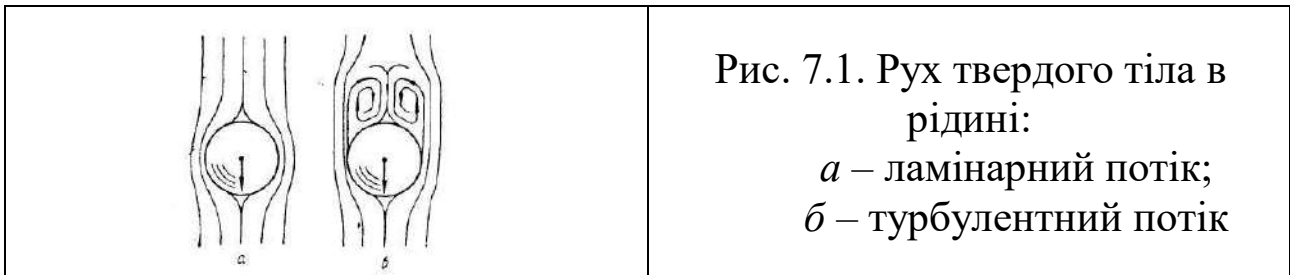
Проведення ряду виробничих процесів пов'язане з рухом твердих тіл у крапельних рідинах або газах. До таких процесів належать, наприклад, осадження твердих частинок із суспензій або пилу під дією сил тяжіння й інерційних (таких як відцентрові) сил, механічне перемішування у рідких середовищах та інші. Вивчення закономірностей таких процесів складає внутрішню задачу гідродинаміки.

Під час руху тіла в рідині (або при обтіканні тіла рідиною, яка рухається) виникають опори, для подолання яких і забезпечення рівномірного руху тіла повинна бути витрачена певна енергія. Опір, котрий виникає, залежить переважно від режиму руху та форми тіла.

За ламінарного руху та малих розмірах тіл або за високої в'язкості середовища, тіло оточене граничним шаром рідини та

рівномірно обтікається потоком (рис. 7.1, а). Втрата енергії у цьому разі пов'язана переважно з подоланням опору тертя.

З розвитком турбулентності потоку дедалі більше значення мають сили інерції. Під дією цих сил граничний шар відривається від поверхні тіла, що призводить до зниження тиску в безпосередній близькості за тілом і до утворення хаотичних місцевих вихорів у даному просторі (рис. 7.1, б). При цьому різниця тисків на передню і задню поверхні тіла щораз більше перевищує різницю тисків, виниклого за ламінарного руху. Починаючи з певних значень критерію Рейнольдса, роль лобового опору стає переважною, а опором тертя можна знехтувати. Тобто настає режим, за якого значення критерію Рейнольдса на процес уже не впливає, – такий режим називають **автомодельним**.



Сила опору  $R$  ( $H$ ) середовища тілу, яке рухається у ньому, може бути виражена рівнянням закону опору:

$$R = \zeta S \frac{\rho w^2}{2}, \quad (7.1)$$

де  $S$  – площа проєкції тіла на площину, перпендикулярну до напрямку його руху,  $m^2$ ;  $w$  – швидкість,  $m/c$ ;  $\rho$  – густина середовища,  $kg/m^3$ ;  $\zeta$  – коефіцієнт опору середовища.

Відношення  $R/S$  – це перепад тисків  $\Delta p$  ( $H/m^2$ ), який долається тілом. Тому, розв'язавши рівняння (7.1) відносно  $\zeta$ , можна встановити, що коефіцієнт опору  $\zeta$  пропорційний критерію Ейлера. Відповідно, рівняння для розрахунку  $\zeta$  за різних гідродинамічних режимів можуть бути отримані обробкою експериментальних даних у вигляді узагальнених залежностей між критеріями гідродинамічної подібності.

На рис. 7.2 зображена залежність  $\zeta$  від критерію Рейнольдса за руху кулеподібних частинок діаметром  $d$ . Цей діаметр –

визначальний розмір у критерії  $Re$ . З графіка видно, що існують три різні режими руху, кожному з яких відповідає певний характер залежності  $\zeta$  від  $Re$ :

**ламінальний режим** (область дії закону Стокса) приблизно при  $Re < 2$ :

$$\zeta = \frac{24}{Re}; \quad (7.2)$$

**перехідний режим** при  $Re = 2-500$ :

$$\zeta = \frac{18,5}{Re^{0,6}}; \quad (7.3)$$

**автомодельний режим** (область дії квадратичного закону опору Ньютона) при  $\approx 2 \cdot 10^5 > Re > \approx 500$ :

$$\zeta = 0,44 = const. \quad (7.4)$$

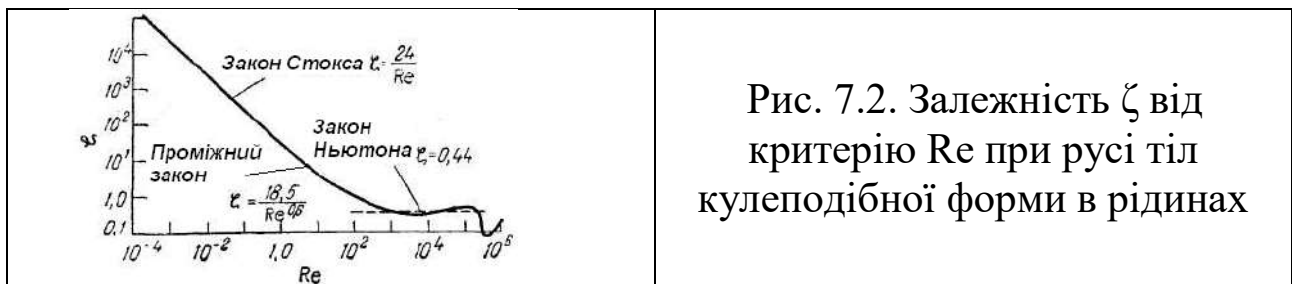


Рис. 7.2. Залежність  $\zeta$  від критерію  $Re$  при русі тіл кулеподібної форми в рідинах

Підстановка у рівняння (7.1) кожного із рівнянь для  $\zeta$  показує, що за ламінального режиму сила опору пропорційна швидкості в першому ступені; за перехідного – до швидкості в ступені 1.4; за автомодельного – до квадрата швидкості.

За руху тіл, які відрізняються за формою від кулі, значення коефіцієнта опору більші й залежать не лише від критерію  $Re$ , але і від **фактору форми**  $\Phi$ , тобто:

$$\zeta = f(Re, \Phi). \quad (7.5)$$

Тут:

$$\Phi = \frac{F_k}{F}, \quad (7.6)$$

де  $F_k$  – поверхня кулі, яка має такий самий об'єм, що й

розглядуване тіло з поверхнею  $F$ . Наприклад, для куба  $\Phi \approx 0.806$ ; для циліндра з висотою, у 10 разів більшою за радіус,  $\Phi \approx 0.69$ ; для диска, висота якого у 10 разів менша за радіус,  $\Phi \approx 0.32$ . Значення  $\Phi$  наводяться в довідниках.

Для тіл некулеподібної форми визначальний лінійний розмір у критерії  $Re$  **діаметр еквівалентної кулі**  $d$ , котрий дорівнює діаметру кулі, яка має такий же об'єм, що й дане тіло. Значення еквівалентного діаметра можна розрахувати за формулою:

$$V = \frac{m}{\rho_0} = \frac{\pi d^3}{6}. \quad (7.7)$$

У випадку осідання частинки під дією сили тяжіння спочатку швидкість її руху зростає з часом. За повної відсутності опору середовища швидкість змінювалася б за відомим законом  $w = gt$ . Проте зі зростанням швидкості буде зростати, згідно з рівнянням (7.1), опір руху частинки та відповідно зменшуватиметься її прискорення. У результаті через короткий проміжок часу настане рівновага: сила тяжіння, під дією якої частинка рухається, дорівнюватиме силі опору середовища. Починаючи з цього моменту частинка рухатиметься рівномірно – з постійною швидкістю. Швидкість такого рівномірного руху частинки в середовищі називають **швидкістю осадження** й позначають  $w_{oc}$ .

Сила, котра рухає частинку діаметром  $d$ , виражається різницею між її вагою та виштовхувальною архімедовою силою, яка дорівнює вазі рідини (середовища) в об'ємі частинки:

$$\frac{\pi d^3 g}{6} (\rho_0 - \rho).$$

Швидкість осадження можна знайти з умови рівності сили, яка рухає частинку, і сили опору середовища:

$$\frac{\pi d^3 g}{6} (\rho_0 - \rho) = \zeta \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{\rho w_{in}^2}{2},$$

звідки:

$$w_{oc} = \sqrt{\frac{4gd(\rho_m - \rho)}{3\zeta\rho}} \quad (7.8)$$

Значення коефіцієнта опору може бути визначене за однією із залежностей – (7.2), (7.3) або (7.4). Для ламінарної області:

$$w_{oc} = \frac{d^2 g(p_m - p)}{18\mu}. \quad (7.9)$$

Для перехідної області:

$$w_{oc} \approx 0.78 \frac{d^{0.43}(p_m - p)^{0.715}}{\rho^{0.285} \mu^{0.43}}. \quad (7.10)$$

Аналогічно для автомодельної області:

$$w_{oc} \approx 5.46 \sqrt{\frac{d(\rho_m - \rho)}{\rho}}. \quad (7.11)$$

Для розрахунку швидкості осадження необхідно попередньо знати значення критерію Re, до якого належить сама швидкість осадження. Тому розрахунок можливий лише методом послідовних наближень.

Оскільки цей метод надто працемісткий, зручніше використовувати метод, базований на зв'язку між критеріями Re і Ar.

$$\zeta \text{Re}^2 = \frac{4}{3} \text{Ar}. \quad (7.12)$$

Підставивши в це узагальнене рівняння критичні значення критерію Re і відповідні значення для коефіцієнта опору, можна знайти відповідні критичні значення критерію Ar. Так, існування ламінарного режиму осадження відповідає умові  $\text{Ar} \leq 36$ . Перехідна область осадження відповідає зміні критерію Ar у межах  $36 < \text{Ar} \leq 83000$ . Для автомодельної області, відповідно  $\text{Ar} > 83000$ .

Для розрахунків можна використати також єдину інтерполяційну залежність, котра зв'язує критерії Re і Ar для всіх режимів осадження:

$$\text{Re} = \frac{Ar}{18 + 0,575\sqrt{Ar}}. \quad (7.13)$$

За малих значень  $Ar$  другим доданком у знаменнику можна знехтувати, і рівняння (7.13) перетворюється на рівняння, яке відповідає області дії закону Стокса; при більших значеннях  $Ar$  можна знехтувати вже першим доданком у знаменнику, і рівняння (7.13) перетворюється на рівняння, котра відповідає автотельній області:

$$\text{Re} = 1,74\sqrt{Ar}. \quad (7.14)$$

Швидкість осадження частинок некулеподібної форми менша за швидкість осадження кулеподібних частинок. Для її обчислення вводять **коефіцієнт форми  $\varphi$** :

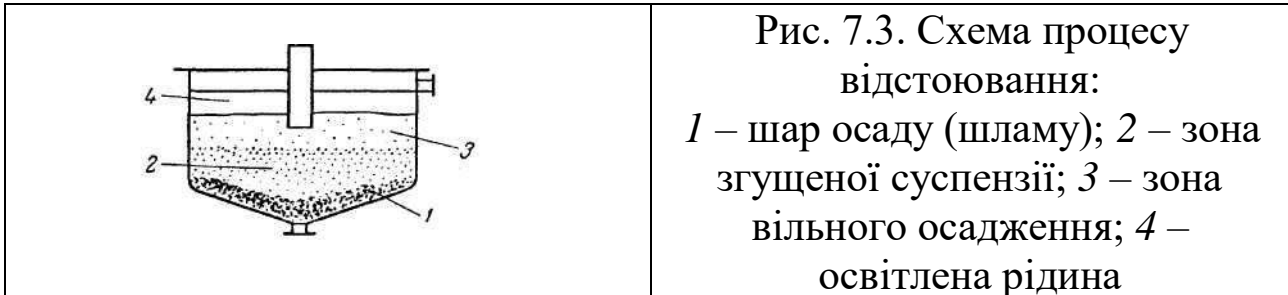
$$w'_{oc} = \varphi \cdot w_{oc}. \quad (7.15)$$

Коефіцієнт  $\varphi$  визначають експериментально. Так, для частинок округлої форми  $\varphi \approx 0,77$ ; для вуглуватих  $\varphi \approx 0,66$ ; для видовжених  $\varphi \approx 0,58$ ; для пласких частинок  $\varphi \approx 0,43$ . Для розрахунку швидкості осадження частинок некулеподібної форми в рівняння розрахунку необхідно підставляти також діаметр еквівалентної кулі.

Наведений розрахунок швидкостей осадження стосується лише **вільного осадження**, за якого частинки практично не впливають одна на одну. При значній концентрації твердих частинок у середовищі відбувається **стиснене (ускладнене) осадження**, швидкість якого менша через тертя та зіткнення між частинками.

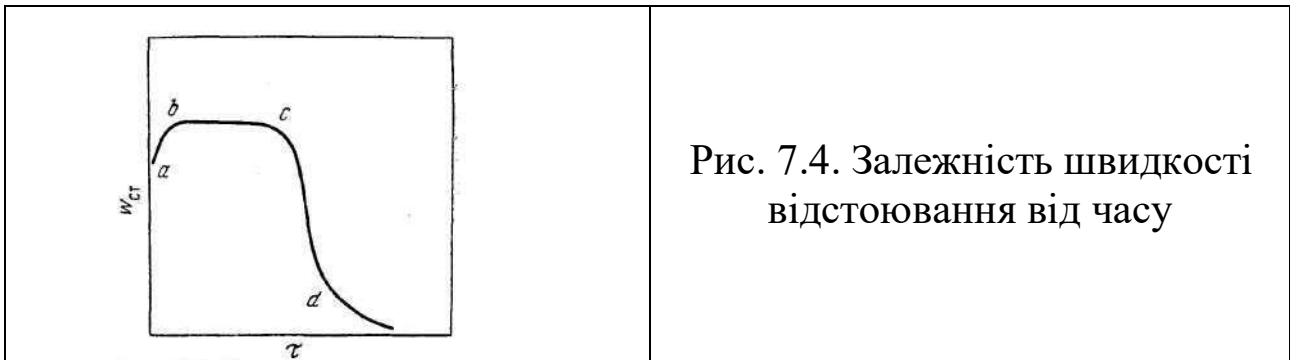
Дослід показує, що при відстоюванні неоднорідних систем спостерігається поступове збільшення концентрації диспергованих частинок в апараті у напрямі згори вниз (рис. 7.3). Над шаром осаду (зона 1) утворюється зона згущеної суспензії (зона 2), у якій має місце **стиснене осадження** частинок. У результаті спостерігається тенденція до зближення швидкостей осадження частинок різних розмірів; виникає **колективне (солідарне) осадження** частинок із близькими швидкостями в кожному перерізі апарату, але з різними швидкостями за висотою. Поступове ущільнення зумовлене

зменшенням швидкості частинок при наближенні до дна апарата. Гальмування пояснюється гальмівною дією рідини, яка витісняється осаджувальними частинками та рухається від дна в напрямку, зворотному до руху частинок.



У результаті утворюється чітко виражена межа між зоною стисненого осадження (зона 2) і зоною вільного осадження (зона 3), над якою розташована освітлена рідина (зона 4). В дійсності картина дещо складніша, оскільки, окрім зазначених зон, існують ще перехідні.

За періодичного відстоювання висота окремих зон змінюється в часі до моменту повного розшарування неоднорідної системи на осад і освітлену рідину. Це наслідок зміни швидкості відстоювання у часі (рис. 7.4). На початку відстоювання осаджуються переважно більші частинки, які спричиняють найінтенсивніший зворотний рух рідини. У міру зменшення концентрації цих частинок гальмівний вплив зворотних течій рідини зменшується і швидкість відстоювання зростає (відрізок *ab* на рис. 7.4) до моменту встановлення динамічної рівноваги між діючою силою і силою опору середовища. Подальше осадження відбувається з постійною швидкістю (відрізок *bc*). Завершальна найповільніша стадія – ущільнення осаду, коли частинки у ньому розташовуються настільки близько одна до одної, що витіснення рідини стає чимраз ускладненішим. На цій стадії процес відстоювання відбувається зі зменшеною швидкістю (відрізок *cd*).

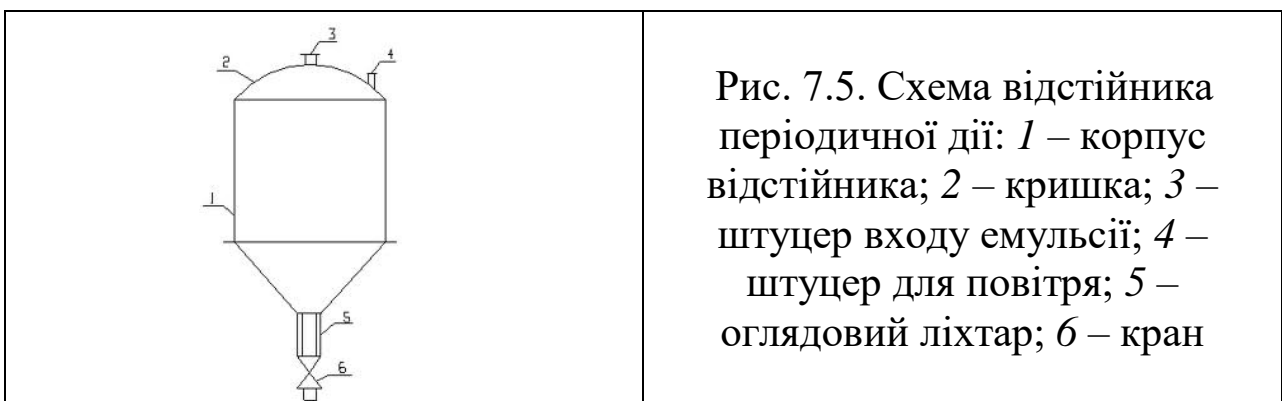


Із гідродинамічної позиції зору закономірності стисненого осадження зручно вивчати при русі угору потоку рідини через шар зважених частинок. При цьому швидкість стисненого осадження дорівнює швидкості потоку середовища через зважений шар частинок і залежить від концентрації частинок.

### 7.3. Відстійники

Відстоювання – найдешевший процес з інших процесів розділення неоднорідних систем. Його проводять у апаратах – **відстійниках** або **згущувачах**. Розрізняють апарати періодичної, безперервної або напівбезперервної дії. Безперервно діючі відстійники, своєю чергою, поділяють на **однорусні**, **дворусні** та **багаторусні**.

На рис. 7.5 наведено схему **відстійника періодичної дії** для розділення рідин. Суміш завантажується у відстійник через штуцер 3. Через певний час маса розшаровується й у верхній частині відстійника збирається легка фракція, а важка опиняється у нижній частині. З відстійника рідини вилучають через нижній штуцер і оглядовий ліхтар 5, за допомогою якого легко визначити час закінчення вилучення важкої фракції. Такі відстійники використовуються для розділення невеликих об'ємів емульсій.



Для суспензій, які підлягають розділенню, використовують періодично діючі відстійники – низькі басейни без перемішувальних пристроїв. Такий відстійник заповнюється суспензією, яка залишається у стані спокою протягом певного часу, необхідного для осідання твердих частинок на дно апарата. Після цього шар освітленої рідини декантують через верхні крани, а осад вивантажують вручну через верх апарата або видаляють через нижній кран. Такі відстійники застосовують переважно для освітлення відносно невеликих кількостей суспензій.

Для відстоювання значних кількостей рідин застосовують бетонні басейни більших розмірів або кілька послідовно з'єднаних резервуарів, котрі працюють **напівбезперервним** способом (рис. 7.6): рідина надходить підвідним каналом 1 до басейну 2 та відводиться відвідним каналом 3 безперервно, а осад вивантажується з апарата через промивну галерею 4 періодично.

У промисловості найпоширеніші відстійники **безперервної** дії. Так, на рис. 7.7 зображено відстійник безперервної дії з мішалкою – невеличкий циліндричний резервуар 1 із плоским злегка конічним дном і внутрішнім кільцевим жолобом 2 уздовж верхнього краю апарата. У резервуарі встановлена мішалка 3 із похилими лопатями 4, на яких є гребки для безперервного переміщення осаду до вивантажувального отвору 7. Одночасно гребки трохи збовтують осад для ефективнішого зневоднення. Швидкість обертання мішалки 0.015–0.5 об./хв, тобто процес осадження не порушується. Вихідна рідка суміш безперервно подається через трубу 5 у середину резервуара. Освітлена рідина переливається у кільцевий жолоб і вилучається через штуцер 6. Осад (шлам) – згущена суспензія з концентрацією твердої фази до 30–35 % – вилучається за допомогою діафрагмового насоса.

Перевагами таких відстійників є: висока продуктивність (до 3000 т/добу осаду); рівномірна густина осаду; регульованість густини осаду зміною продуктивності; ефективне зневоднення осаду; можливість повної автоматизації процесу. Недоліки – великі розміри.

	<p>Рис. 7.6. Схема відстійника напівнеперервної дії: 1 – підвідний канал; 2 – відстійний басейн; 3 – відвідний канал (від відстійника); 4 – промивна галерея (пульповід)</p>
	<p>Рис. 7.7. Відстійник неперервної дії з гребковою мішалкою: 1 – корпус; 2 – кільцевий жолоб; 3 – мішалка; 4 – лопаті з гребками; 5 – труба для подачі вихідної суспензії; 6 – штуцер для виведення освітленої рідини; 7 – вивантажувальний пристрій для осаду (шламу); 8 – електродвигун</p>

Для зменшення розмірів відстійників використовують **багаторясні відстійники** (рис. 7.8) **закритого** (а) та **збалансованого** (б) типів. Вони працюють так: вихідна суспензія з пристрою 1 подається через стакани 2 у кожний ярус. Освітлена рідина через зливні патрубки збирається у колектор 3. Згущений осад у відстійнику закритого типу видаляється окремо з кожного ярусу, а у збалансованому типі – лише з нижнього ярусу. Отже, в апаратах закритого типу дно кожного ярусу приймає тиск усієї маси суспензії, а у збалансованого типу – навантаження йде лише на нижній ярус, що допомагає обходитися без ущільнювачів у місцях проходження вала через дно ярусів. У цукровому виробництві для очищення сатураційного соку використовуються подібні п'ятиярусні відстійники закритого типу.

Велика поверхня осадження досягається також у **відстійниках неперервної дії з конічними полицями** (рис. 7.9). Суспензія подається в апарат через штуцер 1 і розподіляється між конічними полицями 2 (через одну), на поверхні яких відбувається осадження твердих частинок. Далі частинки сповзають по похилих полицях до стінок корпусу та переміщуються униз до штуцера 3 для видалення шламу. Освітлена рідина відводиться по каналах 4 між полицями й видаляється з апарата через штуцер 5. У таких відстійниках немає рухомих частин й вони легкі в обслуговуванні.

**Відстійник безперервної дії для розділення емульсій** (рис. 7.10) – горизонтальний резервуар, всередині якого навпроти вхідного штуцера 1 встановлена перфорована відбійна перегородка 2 для запобігання перемішуванню рідин потоком емульсії. Поперечний переріз відстійника вибирають так, щоб рух рідини був ламінарним або близьким до нього (кілька мм/с), що сприяє високій швидкості відстоювання. Легка рідка фаза видаляється через верхній трубопровід 3, важка – через нижній трубопровід 4.

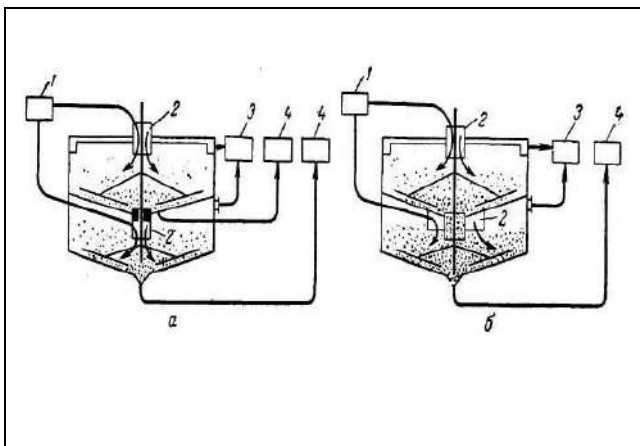


Рис. 7.8. Багатоярусні відстійники закритого (а) та збалансованого (б) типів: 1 – розподілювач вихідної суспензії; 2 – труба-стакан для подачі суспензії у кожний ярус; 3 – колектор для збирання освітленої рідини; 4 – збирач осаду (шламу)

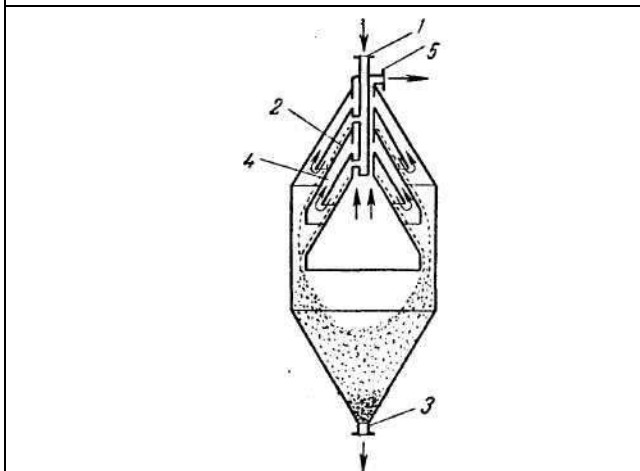


Рис. 7.9. Відстійник неперервної дії з кінчними полицями: 1 – штуцер для підведення розділюваної суспензії; 2 – кінчні полиці; 3 – штуцер для відведення шламу; 4 – канали для відведення освітленої рідини; 5 – штуцер для виведення освітленої рідини

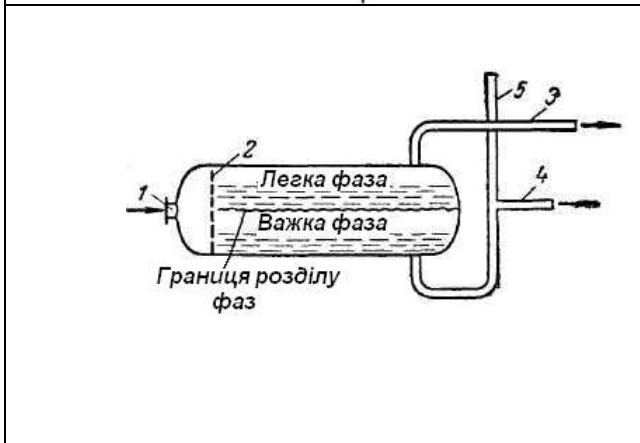


Рис. 7.10. Відстійник неперервної дії для розділення емульсій: 1 – штуцер для підведення емульсій; 2 – перфорована перегородка; 3 – трубопровід для відведення легкої фази; 4 – трубопровід для відведення важкої фази; 5 – пристрій для розриву сифона

Відстійники проектується у розрахунку на осадження найдрібніших частинок у вихідній суміші. Тому час перебування суміші в апараті повинен бути більшим за найбільший час осадження частинки найменшого розміру на дно апарата із заданої висоти. Продуктивність відстійника завдовжки  $l$  і завширшки  $b$ , в якому суспензія розділюється на осад і шар освітленої рідини висотою  $h$ , по освітленій рідині можна розрахувати за рівнянням:

$$Q_{осв} = w_n \cdot b \cdot h, \quad (7.16)$$

де  $w_n$  – швидкість потоку рідини вздовж апарата, м/с.

Час проходження суспензією відстійника дорівнюватиме:

$$\tau = \frac{l}{w_n}. \quad (7.17)$$

Час відстоювання:

$$\tau = \frac{h}{w_{ос}}. \quad (7.18)$$

Прирівнюючи праві частини рівнянь (7.17) і (7.18) і підставляючи значення  $w_n$  з рівняння (7.16), отримаємо:

$$\frac{h}{w_{ос}} = \frac{l}{w_n} = \frac{lh b}{Q_{осв}},$$

звідки продуктивність відстійника за освітленою рідиною сьановитиме:

$$Q_{осв} = w_{ос} l b = w_{ос} F, \quad (7.19)$$

де  $F$  – поверхня відстійника, м.

Рівняння (7.19) показує, що **продуктивність відстійника не залежить прямо від його висоти, а залежить лише від швидкості та поверхні осадження**. Тому відстійники мають значну поверхню осадження за невеликої висоти, яка зазвичай не перевищує 1,8–4,5 м, а для відстійників дуже великих діаметрів – не більше 7 м.

Необхідна поверхня осадження розраховується за рівнянням:

$$F = \frac{Q_{осв}}{w_{ст}}. \quad (7.20)$$

Підставляючи вираз для об'ємної витрати освітленої рідини з густиною  $\rho_{осв}$ , отримаємо:

$$F = \frac{G_{осв}}{\rho_{осв} w_{ст}}. \quad (7.21)$$

Підставляючи вираз для масової витрати освітленої рідини, визначимо поверхню осадження:

$$F_{осв} = \frac{G_{сум}}{\rho_{осв} w_{ст}} \left( \frac{x_{ос} - x_{сум}}{x_{ос} - x_{осв}} \right). \quad (7.22)$$

У реальності площу відстійника, розраховану за рівнянням (7.22), збільшують на 30–35 %, оскільки реальна швидкість осадження зменшується через наявність застійних зон у апаратах, виникнення невеликих вихорів, зростання концентрації твердої фази при наближенні до дна апарата тощо.

При розрахунку багатоярусних відстійників загальну розраховану поверхню осадження ділять порівну між ярусами.

#### 7.4. Фільтрування

Як зазначалося вище, **фільтруванням** називають процес розділення суспензій за допомогою пористих перегородок, які затримують тверду фазу суспензії та пропускають її рідку фазу.

Розділення суспензії виконують за допомогою фільтра, який у найпростішому разі є посудиною, поділеною на дві частини **фільтрувальною перегородкою** (рис. 7.12). Суспензію 1 вміщують в одну частину посудини 2 так, щоб вона торкалася фільтрувальної перегородки 3. У розділених частинах посудини створюють різницю тисків, під дією якої рідина проходить через пори фільтрувальної перегородки, причому тверді частинки затримуються на її поверхні. Отже, суспензія розділюється на чистий фільтрат і вологий осад 6. Цей процес розділення називається **фільтруванням із утворенням осаду**. Іноді частинки

проникають у пори фільтрувальної перегородки і затримуються там, не утворюючи осаду. Такий процес називають **фільтруванням із закупоренням пор**. Можливий також проміжний вид фільтрування, коли тверді частинки проникають у пори фільтрувальної перегородки й утворюють там шар осаду.

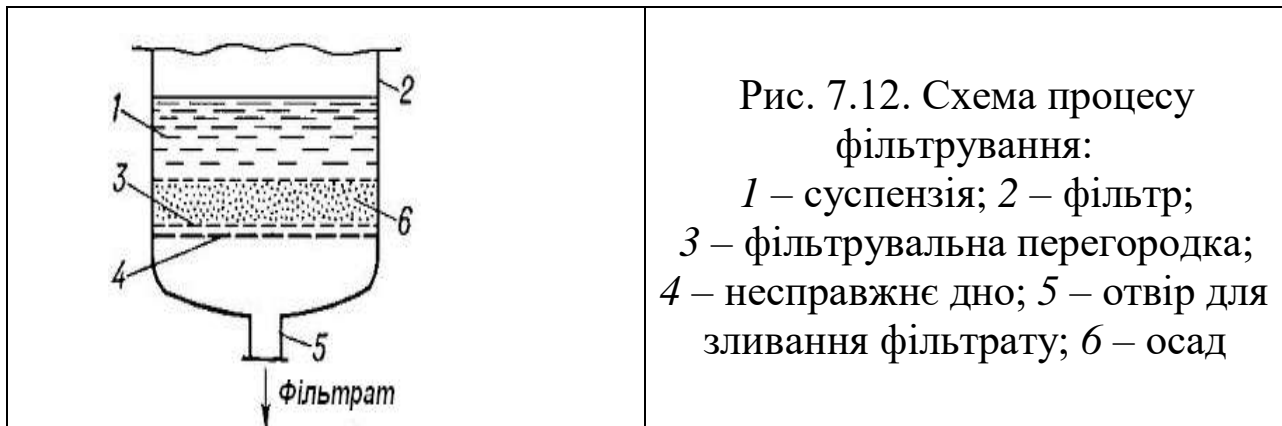


Рис. 7.12. Схема процесу фільтрування:  
 1 – суспензія; 2 – фільтр;  
 3 – фільтрувальна перегородка;  
 4 – несправжнє дно; 5 – отвір для зливання фільтрату; 6 – осад

Різницю тисків по обидві сторони фільтрувальної перегородки створюють різними способами, в результаті чого здійснюють різні процеси фільтрування.

Якщо простір над суспензією з'єднують з джерелом стисненого газу або простір під фільтрувальною перегородкою під'єднують до джерела вакууму, то відбувається процес **фільтрування за постійної різниці тисків**. При цьому швидкість процесу зменшується через збільшення опору зростаючого шару осаду. Аналогічний процес фільтрування відбувається під дією різниці тисків, зумовленої гідростатичним тиском шару суспензії постійної висоти, розміщеної над фільтрувальною перегородкою.

Якщо суспензію подають на фільтр поршневым насосом, продуктивність якого за даної кількості обертів електродвигуна постійна, то відбувається **процес фільтрування за постійної швидкості**, причому різниця тисків збільшується внаслідок зростання сили опору шару осаду.

Якщо суспензію подають на фільтр відцентровим насосом, продуктивність якого за даної кількості обертів електродвигуна зменшується зі зростанням опору осаду, що зумовлює збільшення різниці тисків, то відбувається **фільтрування за змінних різниці тисків і швидкості**.

Найбажаніше фільтрування з утворенням осаду, коли закупорення пор фільтрувальної перегородки практично не

відбувається, тому й опір не змінюється. Такий вид фільтрування спостерігається за достатньо високої концентрації твердої фази у суспензії (умовно вище за 1 % об'єму.).

Процес фільтрування часто супроводжується вільним або стисненим осадженням твердих частинок під дією сили тяжіння. При цьому напрямки дії сили тяжіння і руху фільтрату можуть збігатися, бути протилежними або перпендикулярними залежно від горизонтального або вертикального розташування фільтрувальної перегородки, а також знаходження суспензії над чи під перегородкою (рис. 7.13). Якщо суспензія перебуває над фільтрувальною перегородкою, осадження приводить до швидшого утворення осаду. Якщо ж суспензія під перегородкою, то осадження перешкоджатиме утворенню осаду, що викликає необхідність перемішування суспензії для підтримання її однорідності.

Осади, утворені на фільтрувальній перегородці, поділяють на **нестискувані** та **стискувані**. Під нестискуваними розуміють осади, в яких **пористість**, тобто відношення об'єму пор до об'єму осаду, не зменшується при збільшенні різниці тисків. Пористість стискуваних осадів зменшується, а їх гідравлічний опір збільшується зі збільшенням різниці тисків.

У виробничих умовах під фільтруванням розуміють не лише операцію розділення суспензії на фільтрат і осад, але і наступні операції – **промивання**, **продувку** та **сушіння** осаду на фільтрі.

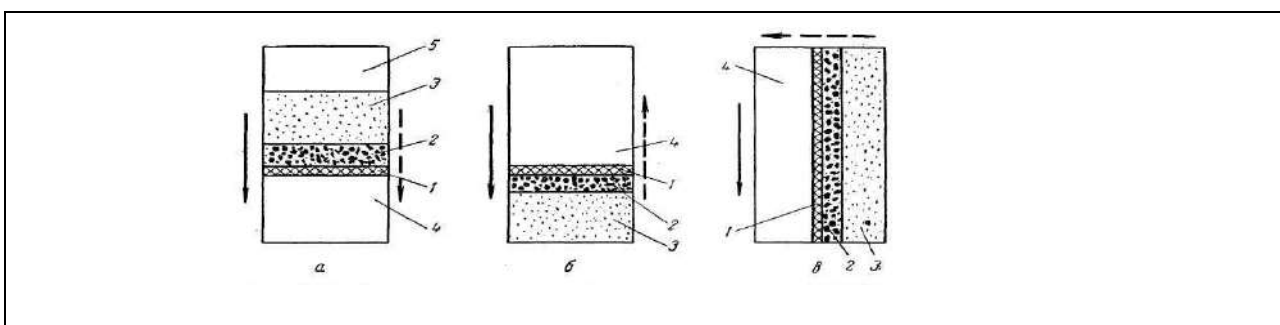


Рис. 7.13. Взаємні напрями дії сили тяжіння та руху фільтрату у фільтрах: *а* – напрями збігаються; *б* – напрями протилежні; *в* – напрями перпендикулярні; суцільні стрілки – напрям дії сили тяжіння; пунктирні стрілки – напрями руху фільтрату; 1 – фільтрувальна перегородка; 2 – осад; 3 – суспензія; 4 – фільтрат; 5 – чиста рідина

**Промивання** осаду здійснюють способами **витіснення** та **розведення**. Спосіб **витіснення** полягає у тому, що промивну рідину заливають на поверхню осаду у вигляді шару або подають у диспергованому стані з розбризувальних пристроїв, причому промивна рідина під дією різниці тисків проходить через пори осаду, витісняє з них рідку фазу та змішується з нею. Цей спосіб застосовують, якщо осад промивається легко і не містить пор, недоступних для промивної рідини.

Спосіб **розведення** характеризується тим, що осад знімається з фільтрувальної перегородки і перемішується у посудині за допомогою мішалки з промивною рідиною, після чого утворена суспензія розділюється на фільтрі. Такий спосіб застосовують, якщо осад промивається важко.

**Продування** осаду виконують із метою витіснення з його пор залишкової промивної рідини. Для продування зазвичай використовують повітря або інертні гази (азот, карбон(IV) оксид). Продуванням можна видалити лише частину рідини з пор осаду до досягнення рівноважної вологості.

**Сушіння** осаду на фільтрі нагрітим або попередньо висушеним повітрям застосовують, якщо бажано отримати на фільтрі осад з остаточною вологістю, меншою за рівноважну.

Зазвичай можна вважати, що фільтрування відбувається у ламінарній області. Як показує дослід, за такої умови швидкість фільтрування у кожний момент прямо пропорційна до різниці тисків, але обернено пропорційна в'язкості рідкої фази та загального гідравлічного опору шару осаду та фільтрувальної перегородки. У загальному випадку змінну швидкість ( $w$  м/с) фільтрування виражають у диференціальній формі:

$$w = \frac{dV}{Sd\tau}. \quad (7.23)$$

Відповідно, основне диференціальне рівняння фільтрування має вигляд:

$$\frac{dV}{Sd\tau} = \frac{\Delta p}{\mu(R_{oc} + R_{fn})}, \quad (7.24)$$

де  $R_{oc}$  – опір шару осаду;  $R_{fn}$  – опір фільтрувальної перегородки.

З рівнянь (7.23) і (7.24) випливає, що  $R_{oc}$  і  $R_{\phi n}$  виражаються у  $m^{-1}$ . Величину  $R_{\phi n}$  у процесі фільтрування можна вважати приблизно постійною, нехтуючи деяким можливим її збільшенням унаслідок потрапляння до пор перегородки нових твердих частинок. Величина  $R_{oc}$  зі зростанням товщини шару осаду змінюється від нуля на початку фільтрування до максимального значення у кінці процесу.

Для інтегрування рівняння (7.24) необхідно встановити залежність між опором шару осаду й об'ємом отриманого фільтрату. Враховуючи пропорційність об'ємів осаду та фільтрату, позначимо відношення об'єму осаду до об'єму фільтрату через  $x_0$ . Тоді об'єм осаду дорівнюватиме  $x_0V$ . Водночас об'єм осаду можна виразити добутком  $h_{oc}S$ , де  $h_{oc}$  – висота шару осаду в  $m$ . Отже:

$$h_0V = h_{oc}S,$$

звідки товщина рівномірного шару осаду на фільтрувальній перегородці становитиме:

$$h_{oc} = x_0 \frac{V}{S}. \quad (7.25)$$

Опір шару осаду виражатиметься рівністю:

$$R_{oc} = r_0 h_{oc} = r_0 x_0 \frac{V}{S}, \quad (7.26)$$

де  $r_0$  – питомий об'ємний опір шару осаду,  $m^{-2}$ .

**Величина  $r_0$  характеризує опір, який чиниться потоку рідкої фази рівномірним шаром осаду завтовшки 1 м.**

Підставивши значення  $R_{oc}$  з рівняння (7.26) у рівняння (7.24), отримаємо **основне рівняння фільтрування**:

$$\frac{dV}{Sd\tau} = W = \frac{\Delta p}{\mu \left( r_0 x_0 \frac{V}{S} + R_{\phi n} \right)}. \quad (7.27)$$

**З основного рівняння фільтрування випливає, що за інших однакових умов швидкість фільтрування буде тим більша і продуктивність фільтра тим вища, чим менший об'єм**

*отриманого фільтрату або пропорційна до цього об'єму товщина шару осаду на фільтрувальній перегородці.* Тому для підвищення продуктивності фільтра необхідно прагнути до найшвидшого видалення осаду з фільтрувальної перегородки.

Для фільтрів неперервної дії це рівнозначно вимозі видалити з фільтрувальної перегородки шар осаду найменшої товщини, зумовленої властивостями осаду та особливостями пристрою, який застосовується для його зняття з перегородки.

Для фільтрів періодичної дії характерно, що операція вилучення осаду зумовлює припинення фільтрування. Повний цикл роботи на такому фільтрі включає: **основні операції** – фільтрування, промивання осаду та його продувку; та **допоміжні операції** – підготовка фільтра, завантаження суспензії, вилучення осаду. Найбільша продуктивність фільтра за умови, що опором фільтрувальної перегородки можна знехтувати, досягається за однакової тривалості основних та допоміжних операцій. Зауважимо, що робота фільтрів періодичної дії з максимальною продуктивністю, зазвичай, не збігається з економічно доцільними умовами фільтрування.

### **7.5. Устаткування для фільтрування**

Для процесів фільтрування з утворенням осаду використовують як **періодично**, так і **безперервно діючі** фільтри. Для фільтрування із закупоренням пор застосовують фільтри періодичної дії. На фільтрах періодичної дії обирають будь-які режими фільтрування, на фільтрах безперервної дії – лише фільтрування за постійної різниці тисків. Для виробництв малої потужності доцільно застосовувати фільтри періодичної дії, для виробництв великої потужності та виробництв із безперервним технологічним процесом необхідні фільтри безперервної дії.

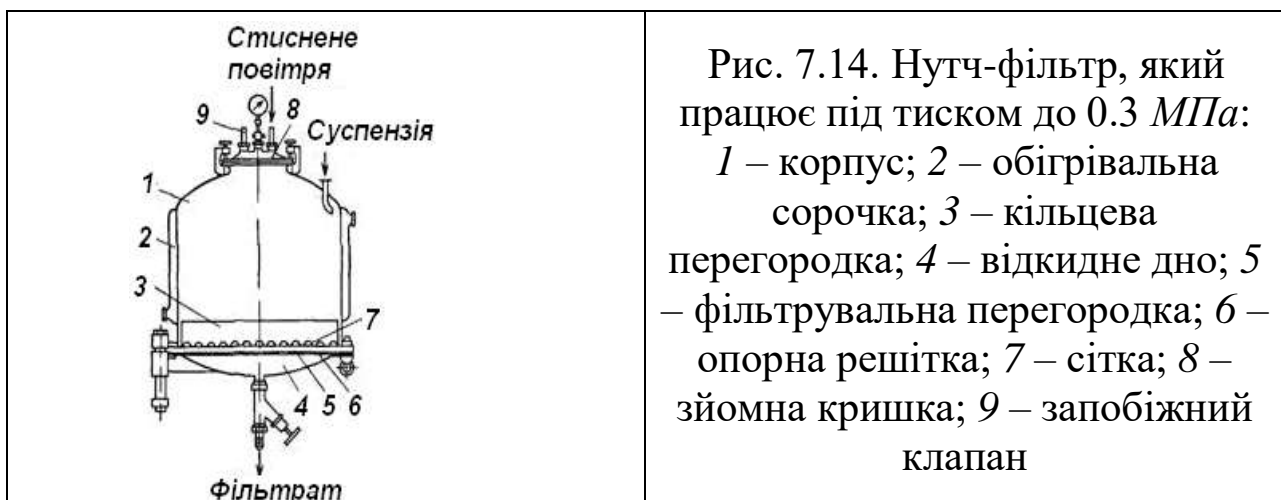
За способом створення різниці тисків розрізняють фільтри, які працюють **під вакуумом**, і фільтри – **під тиском**. Доцільніше використовувати фільтри, які працюють під вакуумом, оскільки вони не потребують такої міцності матеріалів і конструкцій, як фільтри, котрі працюють під тиском. Проте у випадках, якщо осад має значний гідравлічний опір, доцільно обирати фільтри, які працюють під тиском. Прийнято також класифікацію за взаємними напрямками сили тяжіння і руху фільтрату. Відповідно до цієї

класифікації розрізняють фільтри з протилежними (кут  $180^\circ$ ), які збігаються (кут  $0^\circ$ ) і перпендикулярними (кут  $90^\circ$ ) напрямками сили тяжіння і руху фільтрату.

Найпростіший фільтр періодичної дії – **нутч-фільтр**, котрий працює під вакуумом або під тиском (**друк-фільтр**), у якому напрямки сили тяжіння та руху фільтрату збігаються.

**Нутч, який працює під вакуумом**, виготовляється у вигляді прямокутного або круглого відкритого резервуара з пласким або опуклим дном, над яким на певній відстані розміщене несправжнє дно, призначене для підтримання горизонтальної фільтруючої перегородки. Суспензія заливається на нутч згори, у просторі під несправжнім дном створюється вакуум, унаслідок чого рідка фаза проходить у вигляді фільтрату через фільтрувальну перегородку й видаляється, а тверда фаза у вигляді осаду накопичується на цій перегородці. Перевагою нутча є простота виготовлення, недоліком – необхідність видалення осаду вручну.

Конструкція **нутч-фільтра, яка працює під тиском** (рис. 7.14), охоплює корпус 1, зйомну кришку 8, рухоме дно 4, фільтрувальну перегородку 5, мішалку, штуцери для подачі суспензії та стисненого повітря, а також для відведення фільтрату. У найпростішому випадку цикл роботи на такому фільтрі поєднує такі операції: наповнення суспензією, розділення суспензії під тиском стисненого газу, вилучення осаду з фільтрувальної перегородки, регенерація останньої. Діаметр апарата складає до 1 м, ємність – до  $0,5 \text{ м}^3$ .



Перевагою всіх таких фільтрів є можливість рівномірного і повного промивання осаду, головний недолік – відносно велика площа приміщення, яку вони займають на 1 м<sup>2</sup> поверхні фільтрування. Тому вони застосовуються переважно в малотоннажних виробництвах.

Фільтром періодичної дії, що працює під тиском, є **фільтр-прес з вертикальними рамами** (рис. 7.15), в якому напрями сили тяжіння і руху фільтрату перпендикулярні. Цей фільтр можна розглядати як ряд нутч-фільтрів невеликої висоти, розміщених вертикально щільно один до одного, у результаті чого досягається більша поверхня фільтрування, віднесена до одиниці виробничої площі, яку займає фільтр. Такі фільтри складаються з ряду почергових плит 1 і рам 2, між поверхнями яких розташовані тканеві фільтрувальні перегородки. Рами і плити опираються бічними ручками на два паралельних бруси 3 і ущільнені за рахунок фільтрувальної тканини краями притискаються до нерухої плити 4 за допомогою рухої плити 5, на яку діє тиск рідини гідравлічної системи 6. Суспензія надходить по штуцера 7, промивна рідина – по штуцерах 8. Фільтрат і промивна рідина видаляються через крани 9. Фільтр-преси застосовуються для фільтрування олії, соків, у виробництві цукру та інших виробництвах для фільтрування суспензій із невеликим вмістом твердих частинок.

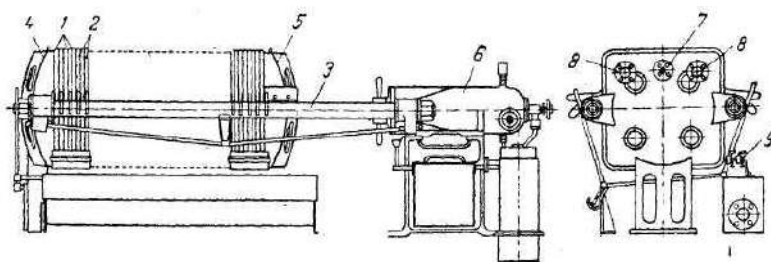


Рис. 7.15. Фільтр-прес з вертикальними рамами (плиточно-рамочний фільтр-прес): 1 – плити; 2 – рами; 3 – опорний брус; 4 – нерухома плита; 5 – рухома плита; 6 – гідравлічна система; 7 – штуцер для подачі суспензії; 8 – штуцер для подачі промивної рідини; 9 – кран для видалення фільтрату

Розташування плит і фільтрувальних перегородок може бути й горизонтальним, тоді напрям сили тяжіння та руху фільтрату збігаються. В автоматизованих фільтр-пресах між плитами за допомогою спрямувальних роликів протягнута фільтрувальна тканина у вигляді безкінечної стрічки. Осад у ході періодичного переміщення фільтрувальної тканини знімається з неї ножами, розташованими біля роликів, а тканина промивається й очищується у спеціальному пристрої. Цикл роботи такого фільтр-преса складається з операцій стиснення плит, фільтрування, промивання осаду, продувки, розсування плит і вивантаження осаду з одночасним переміщенням тканини та її промиванням. При цьому робота фільтра автоматизована, що зумовлює значне зростання його продуктивності.

**Барабанний вакуум-фільтр із зовнішньою поверхнею фільтрування** (рис. 7.16) є апаратом безперервної дії, який працює під вакуумом і характеризується протилежними напрямками сили тяжіння і руху фільтрату. Фільтр має горизонтальний перфорований барабан 1, покритий ззовні фільтрувальною тканиною. Барабан обертається навколо своєї осі й на 0.3–0.4 своєї поверхні занурений у суспензію, яка міститься у резервуарі 4. Поверхня фільтрування барабана поділена на ряд відсіків, ізольованих один від одного. Відсіки під час руху по колу під'єднуються у визначеній послідовності до джерел вакууму і стисненого повітря. Кожний відсік проходить послідовно зони фільтрування, першого зневоднення, промивання, другого зневоднення, вилучення осаду, регенерації тканини. Барабанний вакуум-фільтр найбільш придатний для розділення суспензій зі значним вмістом твердих частинок, що утворюють осад з доброю проникністю. До переваг такого фільтра належать зручність обслуговування та відносно хороші умови промивання осаду. Недоліками є невелика поверхня фільтрування, віднесена до площі, яку він займає, і відносно велика вартість.

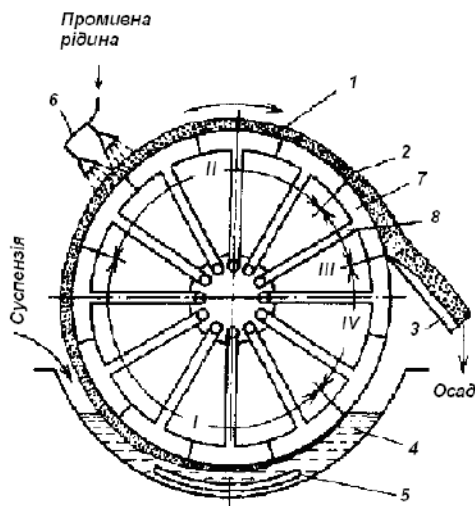


Рис. 7.16. Схема дії барабанного вакуум-фільтра із зовнішньою поверхнею фільтрування: 1 – перфорований барабан із фільтрувальною перегородкою; 2 – осад; 3 – ніж для знімання осаду; 4 – резервуар для суспензії; 5 – хитна мішалка; 6 – пристрій для підведення промивної рідини; 7 – камери барабана; 8 – з'єднувальні трубки. I – зона фільтрування і відсмоктування фільтрату; II – зона промивання осаду та відсмоктування промивних вод; III – зона зйому осаду; IV – зона очищення фільтрувальної тканини

**Стрічкові фільтри** (рис. 7.17) – апарати безперервної дії, котрі працюють під вакуумом, у яких напрям сили тяжіння і руху фільтрату збігаються. Опорна гумова стрічка 1 переміщується за допомогою барабанів 2 і 3. Фільтрувальна тканина 4 у вигляді безкінечної стрічки притискається до опорної стрічки прижимними роликками. Суспензія надходить на фільтрувальну тканину. Фільтрат під вакуумом відсмоктується у камери 8 під опорною стрічкою та збирається у збірник 9. Промивна рідина збирається в інший збірник 11, осад відділяється від тканини і падає у бункер 13, а тканина промивається або очищається щітками. Стрічковий фільтр має простішу конструкцію, чітке розділення фільтрату та промивних вод, добре промивання осаду. Недоліки: мала фільтрувальна площа, наявність зон, які не використовуються.

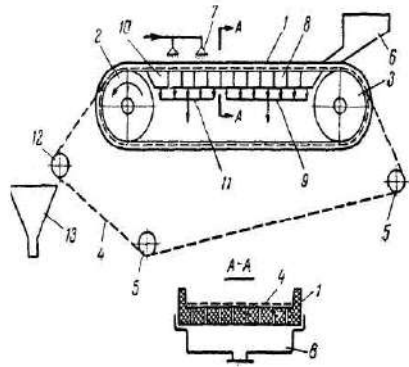


Рис. 7.17. Стрічковий вакуум-фільтр: 1 – опорна гумова стрічка; 2 – привідний барабан; 3 – натяжний барабан; 4 – фільтрувальна тканина; 5 – натяжні ролики; 6 – лоток для подачі суспензії; 7 – форсунки для подачі промивної рідини; 8 – вакуум-камери для фільтрату; 9 – колектор для фільтрату; 10 – вакуум-камера для для промивної рідини; 11 – колектор для промивної рідини; 12 – направляючий ролик; 13 – бункер для осаду

## 8. ЦЕНТРИФУГУВАННЯ Й ОЧИЩЕННЯ ГАЗІВ

8.1. Принцип центрифугування.

8.2. Конструкції центрифуг.

8.3. Очищення газів.

### 8.1. Принцип центрифугування

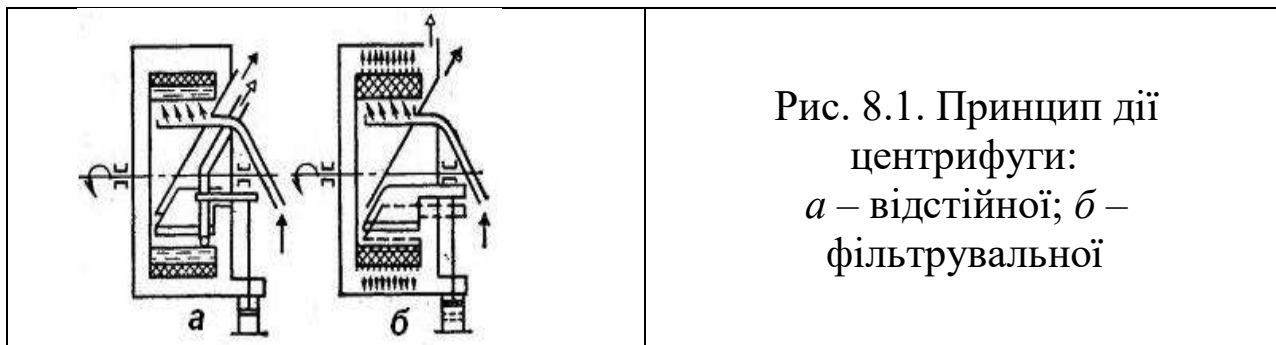
Під **центрифугуванням** розуміють процес розділення неоднорідних систем (суспензій та емульсій) у полі відцентрових сил із використанням суцільних або перфорованих для рідини перегородок. Процеси центрифугування проводяться у машинах, які називаються **центрифугами**.

У найпростішому вигляді центрифуга – цк вертикальний циліндричний **ротор** із суцільними або перфорованими бічними стінками. Ротор закріплюється на вертикальному валу, котрий приводиться у рух електродвигуном, і розміщується у співвісному циліндричному нерухомому кожусі, який закривається зйомною кришкою; на внутрішній поверхні ротора з перфорованими стінками розміщена фільтрувальна тканина або металева сітка.

Під дією відцентрових сил суспензія розділюється на **осад** і рідку фазу – **фугат**. Осад залишається у роторі, а фугат з нього видаляється.

У **відстійних центрифугах** (рис. 8.1, *а*) із суцільними стінками розділяють емульсії і суспензії за принципом відстоювання, причому дію сили тяжіння замінюють на дію відцентрової сили.

У **фільтрувальних центрифугах** (рис. 8.1, *б*) із проникними стінками розділення суспензій відбувається за принципом фільтрування, причому замість різниці тисків використовується дія відцентрових сил. Такий процес називають **відцентровим фільтруванням**.



У відстійній центрифугі розділювана суспензія або емульсія відкидається відцентровою силою до стінок ротора, причому рідка або тверда фаза з більшою густиною розташовується ближче до стінок ротора, а інша фаза з меншою густиною – ближче до його осі; осад (або фаза з більшою густиною) утворює шар біля стінок ротора, а фугат переливається через край ротора.

У фільтрувальній центрифугі розділювана суспензія також відкидається до стінок ротора і фази розділюються; при цьому рідка фаза проходить через фільтрувальну перегородку у кожух і відводиться з нього, тверда фаза у вигляді ротора затримується на внутрішній стороні цієї перегородки, а потім видаляється з ротора.

Отже, загальні закономірності центрифугування подібні до процесів відстоювання та фільтрування. Але процеси у центрифугах складніші, оскільки тут діє відцентрова сила, а замість пласких шарів рідини та осаду утворюються шари з циліндричними граничними поверхнями, що ускладнює залежність процесу від геометричних факторів.

Розділення емульсій у відстійних центрифугах називають **сепарацією**, а пристрої, в яких здійснюється цей процес, – **сепараторами**. Прикладом такого процесу є відділення вершків від молока.

Процеси центрифугування виконують періодично або безперервно.

Створення центрифуг зумовлене прагненням підвищити швидкість розділення неоднорідних систем у полі відцентрових сил порівняно зі швидкістю розділення цих систем у відстійниках або фільтрах. Тому для оцінки ефективності центрифуг можна використати порівняння прискорень, які діють на тіло у відцентровому та гравітаційному полях.

Відцентрова сила у загальному випадку виражається рівнянням:

$$C = \frac{mw^2}{r} = \frac{Gw^2}{gr}, \quad (8.1)$$

де  $m$  – маса тіла, котре обертається, кг;  $G$  – вага тіла, яке обертається, Н;  $w$  – лінійна швидкість обертання, м/с;  $r$  – радіус обертання, м.

Лінійна швидкість обертання визначається за рівнянням:

$$w = \omega \cdot r = \frac{2\pi \cdot n}{60} r, \quad (8.2)$$

де  $\omega$  – кутова швидкість обертання, рад/с;  $n$  – кількість обертів за хвилину.

Зіставляючи рівняння (8.1) і (8.2), знайдемо:

$$C = \frac{G}{gr} \left( \frac{2\pi}{60} r \right)^2, \quad (8.3)$$

або:

$$C \approx \frac{Gm^2}{900}. \quad (8.4)$$

З виразу (8.4) випливає, що **збільшення кількості обертів ротора значно суттєвіше впливає на збільшення відцентрової сили, ніж збільшення діаметра ротора центрифуги.**

З рівняння (8.1) видно, що прискорення в полі відцентрових сил дорівнює  $w^2/r$ . Відношення відцентрового прискорення до прискорення сили тяжіння називають **фактором розділення**:

$$K_p = \frac{w^2}{gr}. \quad (8.5)$$

Якщо прийняти величину  $G = 1 H$ , то отримаємо

$$K_p = \frac{r \cdot n^2}{900}. \quad (8.6)$$

Фактор розділення – важлива характеристика центрифуг, оскільки за інших рівних умов розділювальна дія центрифуги збільшується пропорційно до величини  $K_p$ . Розрахунок швидкості осадження в полі відцентрових сил може бути проведений за рівняннями (7.12) і (7.13) при підстановці замість критерію Архімеда модифікованого критерію  $Ag_m$ , котрий дорівнює  $Ag \cdot K_p$ .

За ламінарного руху швидкість відцентрового осадження частинки визначається з рівняння Стокса:

$$w_{oc} = \frac{d^2(\rho_m - \rho_p)\omega^2 r}{18\mu}. \quad (8.7)$$

Тривалість осадження  $\tau$  можна знайти із виразу  $w = dr/d\tau$ :

$$d\tau = \frac{dr}{w_{in}}. \quad (8.8)$$

Підставивши значення  $w_{oc}$  з виразу (8.7) у (8.8) і провівши інтегрування, отримаємо рівняння для визначення тривалості осадження частинок під дією відцентрової сили за ламінарного руху:

$$\tau_a = \frac{18\mu}{d^2\omega^2(\rho_m - \rho_p)} \int_{r_1}^{r_2} dr/r = \frac{18\mu}{d^2\omega^2(\rho_m - \rho_p)} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (8.9)$$

У загальному випадку розділення суспензій у відстійних центрифугах складається зі стадій **осадження** твердих частинок на стінках ротора та **ущільнення** утвореного осаду. Перша з цих стадій відбувається за законами гідродинаміки, друга – за закономірностями механіки ґрунтів (пористих середовищ).

Процеси розділення суспензій у відстійниках та відстійних центрифугах дуже відрізняються. У відстійниках гравітаційне поле однорідне, а інтенсивність поля відцентрових сил зростає від центру до периферії ротора. Тому на частинку діє зростаюча відцентрова сила, котра зумовлює прискорення її руху. У відстійниках частинки проходять через постійні за площиною поперечні перерізи плаского шару рідини, а у відстійних центрифугах вони переміщуються через зростаючі за площею поперечні перерізи кільцевого шару.

Розділююча здатність відстійних центрифуг характеризується **індексом продуктивності**  $\Sigma$ , який є добутком площі циліндричної поверхні осадження  $F$  у роторі на фактор розділення  $K_p$ :

$$\Sigma = FK_p. \quad (8.10)$$

Відповідно до цього рівняння, величину  $\Sigma$  можна вважати рівною площі відстійника, еквівалентного розглядуваній центрифугі за продуктивністю по даній суспензії. Якщо осадження у відстійній

центрифузі відбувається за перехідного або турбулентного режиму руху, то її продуктивність нижча. Зменшення продуктивності також пояснюється відставанням швидкості обертання рідини від швидкості обертання ротора, що приводить до зменшення відцентрової сили, діючої на частинку; нерівномірністю протікання рідини вздовж ротора та змиванням осаджених частинок із його стінок; утворенням вихорових зон, які збовтують осад. Тому вводиться поняття про **коефіцієнт ефективності** відстійної центрифуги:

$$\eta_{ц} = \frac{Q_{д}}{Q_{т}}, \quad (8.11)$$

де  $Q_{д}$  і  $Q_{т}$  – дійсна та теоретично розрахована продуктивність центрифуги,  $м^3/с$ .

Значення коефіцієнта  $\eta_{ц}$  для відстійних центрифуг знаходять експериментально і, підставляючи його у рівняння (8.11), визначають дійсну продуктивність центрифуги.

У фільтрувальних центрифугах розділення суспензій складається зі стадій **утворення, ущільнення та механічного сушіння** осаду. У центрифугах цього типу можливе також промивання осаду.

Процеси розділення суспензій на фільтрах і фільтрувальних центрифугах значно відрізняються. Тут важливий вплив зростаючої по радіусу ротора відцентрової сили і площі перерізу кільцевого шару, що робить неможливим застосування закономірностей фільтрування до процесів у фільтрувальних центрифугах.

При аналізі стадії утворення осаду необхідно враховувати значні стискальні зусилля, котрі діють на осад у полі відцентрових сил. У промислових центрифугах тиск у рідині сягає  $1.5 \cdot 10^6$  Па (15 атм), що набагато більше за тиски у фільтрах. Це призводить до зменшення пористості осадів і збільшення їх гідравлічного опору. У результаті може виявитися настільки значне зменшення швидкості центрифугування, що застосування фільтрувальної центрифуги замість фільтра буде недоцільним. Тому попередньо потрібно дослідити властивості осаду. Для фільтрувальних центрифуг також розраховують індекс продуктивності та коефіцієнт ефективності.

## 8.2. Конструкції центрифуг

За значенням фактора розділення центрифуги можна умовно поділити на дві групи: **нормальні центрифуги** ( $K_p < 3500$ ) і **надцентрифуги** ( $K_p > 3500$ ).

Нормальні центрифуги застосовуються переважно для розділення різних суспензій, за винятком суспензій із дуже малою концентрацією твердої фази. Надцентрифуги використовують для розділення емульсій (такі центрифуги називають **сепараторами**) і тонкодисперсних суспензій.

Вивантаження осаду з центрифуг здійснюється вручну, за допомогою ножів або скребків, пульсуючих шнеків і поршнів, а також під дією сили тяжіння та відцентрової сили.

За розташуванням ротора розрізняють **вертикальні**, **похилі** та **горизонтальні** центрифуги. Вал ротора вертикальної центрифуги має опору внизу або підвішується згори.

Залежно від організації процесу центрифуги поділяють на періодично, напівбезперервно та безперервно діючі.

**Триколонні центрифуги (рис. 8.2)** належать до нормальних відстійних або фільтрувальних центрифуг періодичної дії з вивантаженням осаду вручну. Розділювана суспензія завантажується у перфорований ротор 1, внутрішня поверхня якого покрита фільтрувальною тканиною або металевою сіткою. Ротор за допомогою конуса 2 встановлений на валу 3, який приводиться в рух електродвигуном. Рідка фаза проникає через тканину або сітку та отвори у стінці ротора і збирається на дні станини 4, покритій нерухомим кожухом 5, звідки виводиться для подальшої обробки. Осад, утворений на стінках ротора, видаляється, наприклад, за допомогою лопатки, після відкриття кришки кожуха 6.

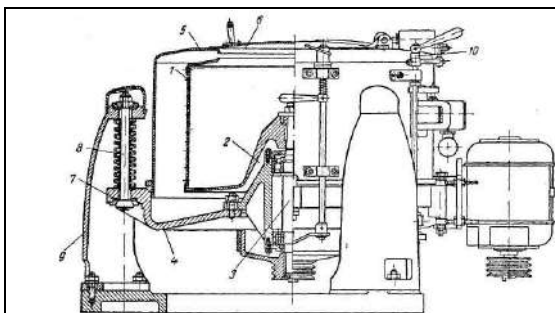


Рис. 8.2. Триколонна центрифуга:  
1 – перфорований ротор; 2 – опорний конус; 3 – вал; 4 – дно станини; 5 – нерухомий конус; 6 – кришка кожуха; 7 – станина; 8 – тяга; 9 – колонка; 10 – ручне гальмо

Для пом'якшення вібрацій на фундамент станина 7 із закріпленим на ній ротором, приводом і кожухом підвішена за допомогою вертикальних тяг 8 з кульовими головками на трьох розташованих під кутом  $120^\circ$  колонках 9. Центрифуга має гальмо 10, яке може приводитись у дію лише після зупинки електродвигуна.

Триколонні центрифуги можуть мати також нижнє вивантаження осаду. Найзручніше такий тип центрифуг застосовувати для проведення тривалого центрифугування.

**Підвісні центрифуги** (рис. 8.3) належать до нормальних відстійних або фільтрувальних періодичної дії з вертикальним ротором і пристроєм для вивантаження осаду вручну. Вихідна суспензія подається по трубопроводу 1 у ротор 2 із суцільними стінками, закріплений на кінці вала 3. Верхній кінець вала має конічну або кульову опору і приводиться у дію електродвигуном. Тверда фаза суспензії осідає на стінках ротора, а рідка фаза розташовується у вигляді кільцевого шару ближче до осі ротора переливається через верхній край ротора у простір між ним і нерухомим кожухом 4. Рідина вилучається з центрифуги через штуцер 5. Для вивантаження осаду піднімають кришку 6 і проштовхують його вручну між ребрами 7, які слугують для з'єднання ротора з валом.

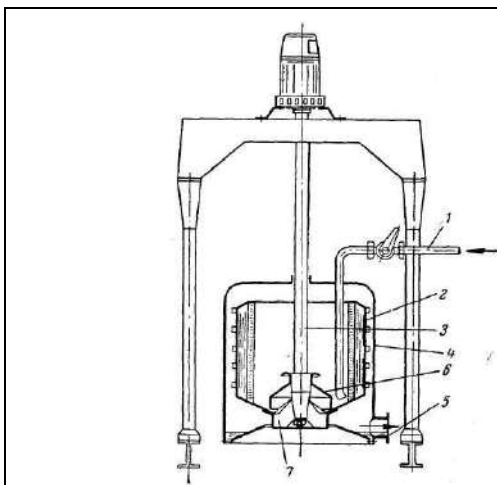


Рис. 8.3. Підвісна центрифуга:  
 1 – трубопровід для подачі суспензії; 2 – ротор із суцільними стінками; 3 – вал; 4 – нерухомий кожух; 5 – штуцер для видалення рідини; 6 – конічна кришка; 7 – з'єднувальні ребра

Підвісні центрифуги застосовують для розділення тонкодисперсних суспензій невеликої концентрації. Сучасні моделі центрифуг автоматизовані й мають програмне управління та розвантажуються автоматично завдяки тому, що нижня частина

ротора виконана у формі конуса, причому кут нахилу більший за кут природного відкошу осаду. За такої конструкції осад сам сповзає зі стінок ротора після зупинки центрифуги.

**Горизонтальні центрифуги з ножевим пристроєм для вилучення осаду** (рис. 8.4) – нормальні відстійні або фільтрувальні періодичної дії з автоматизованим управлінням. У таких центрифугах операції завантаження суспензії, центрифугування, промивання, механічного сушіння осаду та його вивантаження здійснюються автоматично.

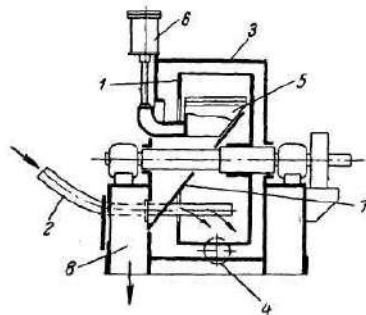


Рис. 8.4. Горизонтальна центрифуга з ножевим пристроєм для видалення осаду: 1 – перфорований ротор; 2 – труба для подачі суспензії; 3 – кожух; 4 – штуцер для видалення фугату; 5 – ніж; 6 – гідравлічний циліндр для підйому ножа; 7 – похилий жолоб; 8 – канал для видалення осаду

Суспензія надходить у перфорований ротор 1 по трубі 2 і рівномірно розподіляється у ньому. На внутрішній поверхні ротора є сита, фільтрувальна сітка і ґратка, яка забезпечує щільне прилягання сит до ротора. Ротор знаходиться у литому кожусі 3, який складається з нижньої стаціонарної частини та зйомної кришки. Фугат вилучається через штуцер 4, осад зрізається ножем 5 (який під час обертання ротора піднімається за допомогою гідравлічного циліндра 6), падає у спрямовуючий похилий жолоб 7 і вилучається з центрифуги через канал 8.

**Центрифуги із пульсуючим поршнем для вивантаження осаду** (рис. 8.5) належать до фільтрувальних центрифуг неперервної дії з горизонтальним ротором. Суспензія по трубі 1 надходить до вузької частини конічної лійки 2, яка обертається з такою ж швидкістю, що і перфорований ротор 3, покритий ізсередини

металевим щілинним ситом 4. Суспензія переміщується по внутрішній поверхні лійки та поступово набуває швидкості, майже рівної швидкості обертання ротора. Далі вона суспензія відкидається через отвори в лійці на внутрішню поверхню сита в зоні перед поршнем 5. Під дією відцентрової сили рідка фаза проходить через щілини сита та вилучається з кожуха центрифуги по штуцеру 6. Тверда фаза затримується на ситі у вигляді осаду, який періодично переміщується до краю ротора під час руху поршня вправо приблизно на  $1/16$  довжини ротора. Отже, за кожний хід поршня з ротора видаляється частина осаду, котра відповідає довжині ходу поршня; при цьому поршень здійснює 10–16 ходів за 1 хв. Осад вилучається з кожуха через канал 7.

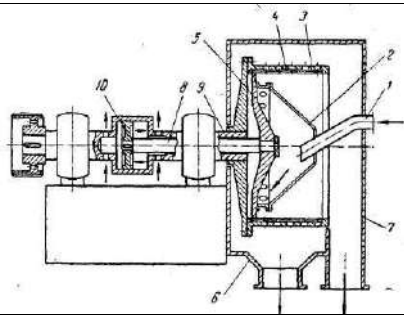


Рис. 8.5. Центрифуга з пульсуючим поршнем для вивантаження осаду:

1 – труба для подачі суспензії; 2 – конічна лійка; 3 – перфорований ротор; 4 – металеве щілинне сито; 5 – поршень; 6 – штуцер для видалення фугату; 7 – канал для відведення осаду; 8 – шток; 9 – порожнистий вал; 10 – диск, який рухається зворотно-поступально

Поршень закріплений на штоку 8, розміщеному всередині порожнього валу 9, з'єднаному з електродвигуном. Вал із ротором і шток із поршнем обертаються з однаковою швидкістю. На другому кінці штоку розташований диск 10, на протилежні поверхні якого поперемінно діє тиск масла, створюваний шестерінчастим насосом.

Дана центрифуга застосовується для обробки грубодисперсних, добрерозділюваних суспензій. Для обробки важкорозділюваних суспензій використовуються багатоступінчасті центрифуги, у яких досягається краще промивання осаду і підвищується чіткість розділення фугату та промивної рідини.

**Центрифуги зі шнековим пристроєм для вилучення осаду** (рис. 8.6) – нормальні відстійні або фільтрувальні безперервної дії з горизонтальним або вертикальним ротором. Використовуються, зокрема, у виробництві крохмалю для отримання концентрованого крохмального осаду. Суспензія подається через кільцевий простір між зовнішньою трубою 1 з отворами 2 і внутрішньою трубою 3, призначеною для подачі промивної рідини. Через отвори 4 суспензія надходить у зону між конічним ротором 5 із суцільними стінками та циліндричною основою 6 шнека 7. Ротор знаходиться у кожусі 8 та обертається на порожнистих цапфах 9. Шнековий пристрій обертається у цапфах, котрі знаходяться всередині цапф ротора, причому швидкість обертання шнекового пристрою на 1.5–2.0 % менша за швидкість обертання ротора. Під дією відцентрової сили тверді частинки суспензії відкидаються до стінок ротора й у вигляді осаду повільно переміщуються до отвору 10 у роторі для вивантаження осаду, який видаляється через камеру 11. Рідка фаза суспензії у вигляді фугату відводиться через отвори 12 і камеру 13. Осад може бути промитий у роторі подачею промивної рідини по трубі 3.

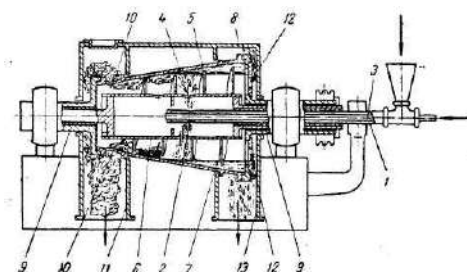


Рис. 8.6. Центрифуга зі шнековим пристроєм для вивантаження осаду:

1 – зовнішня труба; 2, 4 – отвори для проходження суспензії; 3 – внутрішня труба; 5 – конічний ротор із суцільними стінками; 6 – циліндрична основа шнека; 7 – шнек; 8 – кожух; 9 – порожнисті цапфи; 10 – отвори для проходження осаду; 11 – камера для осаду; 12 – отвори для проходження фугата; 13 – камера для фугата

Даний тип центрифуг характеризується високою продуктивністю. Основний недолік – високі витрати енергії на переміщення осаду та його подрібнення.

Відповідно до рівняння:

$$C \approx \frac{Gm^2}{900} \quad (8.4),$$

відцентрова сила зростає пропорційно до радіуса та квадрата кількості обертів ротора. Тому було розроблено значну кількість конструкцій надцентрифуг, які характеризуються великою кількістю обертів за відносно невеликого радіуса ротора.

**Рідинні сепаратори** – відстійні надцентрифуги безперервної дії з вертикальним ротором. Діаметр ротора 150–300 мм, швидкість обертання 5000 – 10000 об./хв. Призначені для розділення емульсій та дрібнодисперсних суспензій, зокрема відділення дріжджів від браги, освітлення виноматеріалів, знежирювання молока тощо.

У **рідинних сепараторах тарільчастого типу** (рис. 8.7) суміш, котра обробляється, у зоні відстоювання розділена на кілька шарів, як це робиться у відстійниках для зменшення шляху, який проходить частинка при осадженні. Емульсія подається по центральній трубі 1 у нижню частину ротора, звідки через отвори у тарілках 2 розподіляється тонкими шарами між ними. Важча рідина, переміщуючись уздовж поверхні тарілок, відкидається відцентровою силою до периферії ротора та відводиться через отвір 3. Легша рідина переміщується до центру ротора та вилучається через кільцевий канал 4.

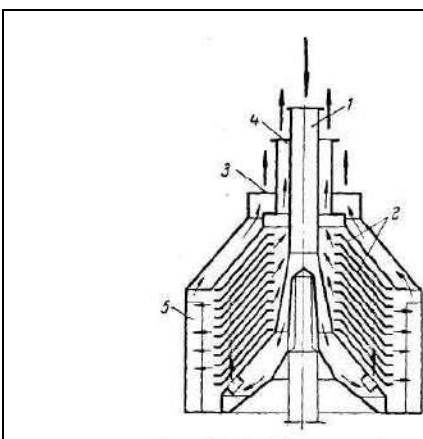


Рис. 8.7. Рідинний сепаратор тарільчастого типу: 1 – труба для подачі емульсії; 2 – тарілка; 3 – отвори для відведення важчої рідини; 4 – кільцевий канал для відведення легшої рідини; 5 – ребра

Отвори в тарілках розташовуються орієнтовно по границі розділу між важчою та легшою рідинами. Для того, щоб рідина не відставала від ротора, у ньому є ребра 5. Для цієї ж мети тарілки мають виступи, які одночасно фіксують відстань між ними.

**Соплові сепаратори з безперервним видаленням осаду** застосовують для розділення суспензій, котрі містять від 6 до 30 % твердих частинок. Відцентрова сила, яка розвивається в таких сепараторах, у 6–9 тис. разів більша за силу тяжіння. Продуктивність сягає  $150 \text{ м}^3/\text{год}$ . Сепаратори високопродуктивні, компактні, герметичні, прості в обслуговуванні, не потребують значних витрат ручної праці, можуть програмуватися. Недолік – висока вартість.

Продуктивність молочного сепаратора можна розрахувати за формулою:

$$Q_m = 221.4\eta \cdot d_c^2 \cdot n \cdot z \cdot \text{tg}\alpha (R_{\text{зов}}^3 - R_{\text{вн}}^3) \cdot t, \quad (8.12)$$

де  $\eta$  – к.к.д. сепаратора ( $\eta = 0.5\text{--}0.7$ );  $d_c$  – діаметр частинок жиру,  $\text{м}$ ;  $n$  – частота обертання,  $\text{с}^{-1}$ ;  $z$  – кількість тарілок;  $\alpha$  – кут нахилу тарілок ( $\alpha = 45\text{--}55^\circ$ );  $R_{\text{зов}}$  і  $R_{\text{вн}}$  – відповідно зовнішній і внутрішній радіуси тарілок,  $\text{м}$ ;  $t$  – температура сепарування,  $^\circ\text{C}$  ( $t = 40\text{--}50 \text{ }^\circ\text{C}$ ).

Різновидом соплового сепаратора є **бактофуга** – герметичний високошвидкісний сепаратор, виконаний у вигляді освітлювача й обладнаний охолоджувачем, а також циклоном для деаерації концентрату.

Перевага бактофуги – високий фактор розділення (це дає змогу розділювати суспензії з такими дрібними частинками, як бактерії), безперервне вивантаження концентрату твердих частинок, котрий не містить повітря; герметичний вхід технологічної рідини та вихід освітленої рідини; охолодження під час сепарування, наявність пристрою для запобігання витокам забрудненого повітря.

У бактофузі сепарування відбувається також у барабані з набором конічних тарілок (рис. 8.8). Для неперервного вивантаження осаду передбачено два розташовані по периферії сопла 2. Технологічна рідина в умовах герметичності подається знизу в порожнистий вал 1 і під дією відцентрової сили розподіляється по тарілках. Важка фаза неперервно вивантажується через сопла разом із невеликою кількістю рідкої фази. Основна частина освітленої рідини в умовах герметичності виходить через штуцер 5. Вологий концентрат, котрий виходить із сопла, збирається у кришці центрифуги, а далі надходить до циклону, де

здійснюється деаерація. Коцентрат вивантажується з циклона через штуцер 3, а забруднене повітря циркулює через циклон і кришку барабана циклона.

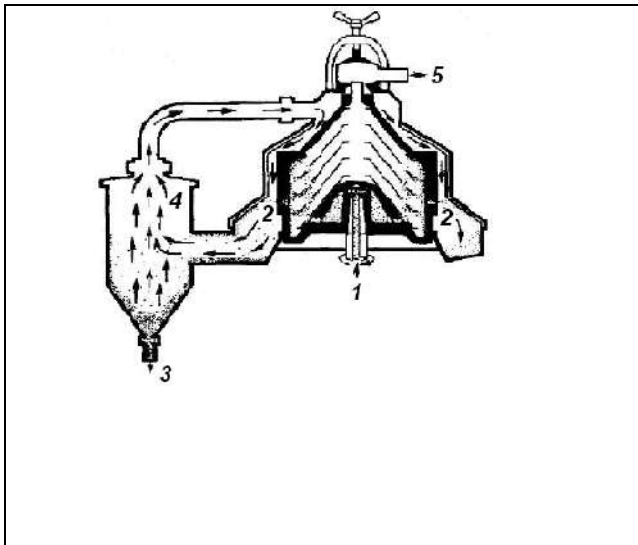


Рис. 8.8. Схема бактофуги:  
 1 – введення технологічної рідини через порожнистий вал; 2 – вихід концентрату через сопла; 3 – штуцер для виведення деаерованого концентрату з циклона; 4 – потік циркулюючого повітря у циклоні; 5 – штуцер для виходу освітленої рідини з бактофуги

Такі бактофуги використовують при очищенні молока від бактерій (до 99 %), у фармацевтичних виробництвах для вилучення осаджених білків (таких як гамма-глобулін) і різних ферментів.

**Гідроциклони** (рис. 8.9) застосовують для освітлення, збагачення суспензій, класифікації твердих частинок за розмірами від 5 до 150 мкм, а також для очищення стічних вод після мийки апаратів.

Корпус гідроциклона складається з верхньої циліндричної частини та конічного дна. Якість розділення в гідроциклонах залежить від кута конусності. Оптимальним вважають кут, який дорівнює 10–15°. За такого кута подовжується конічна частина гідроциклона і шлях твердих частинок, отже, збільшується час перебування частинок і якість розділення.

Суспензія подається тангенціально в циліндричну частину та набуває обертального руху. Швидкість суспензії на вході у гідроциклон складає 5–25 м/с. Під дією відцентрової сили частинки відкидаються до стінок гідроциклона та рухаються по спіральній траєкторії вздовж стінок униз до штуцера б, через який відводяться у вигляді шламу. Освітлена рідина рухається у внутрішньому спіральному потоці вздовж осі гідроциклона та вилучається через патрубки 2.

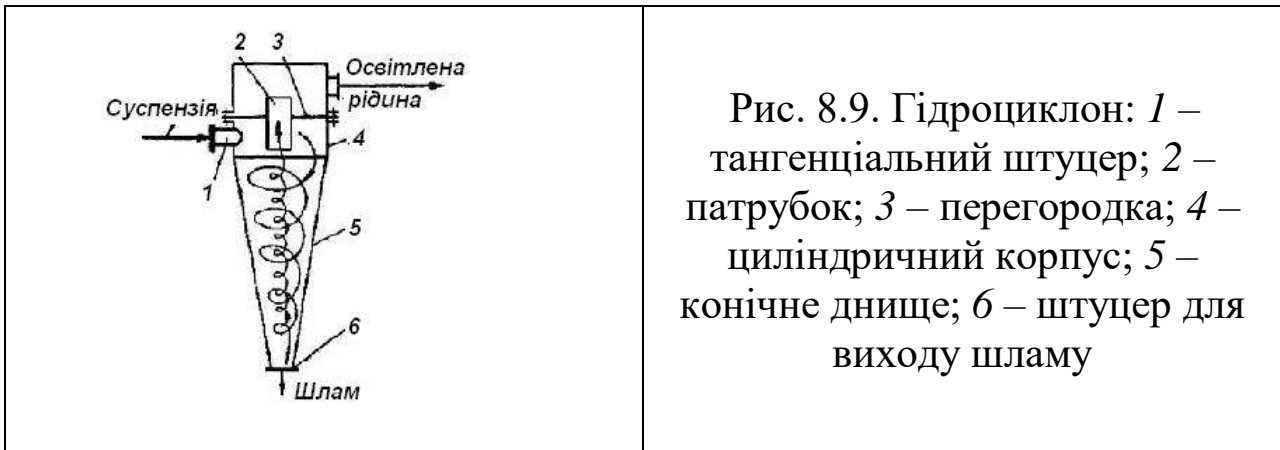


Рис. 8.9. Гідроциклон: 1 – тангенціальний штуцер; 2 – патрубок; 3 – перегородка; 4 – циліндричний корпус; 5 – конічне днище; 6 – штуцер для виходу шламу

Гідроциклони, застосовувані як класифікатори, мають діаметр 300–350 мм і висоту 1.0–1.2 м. Для згущення грубих суспензій використовуються гідроциклони діаметром 100 мм, для згущення й освітлення тонких суспензій – гідроциклони діаметром 10–15 мм, котрі зазвичай об’єднують в один агрегат, у якому вони працюють паралельно (мультигідроциклон).

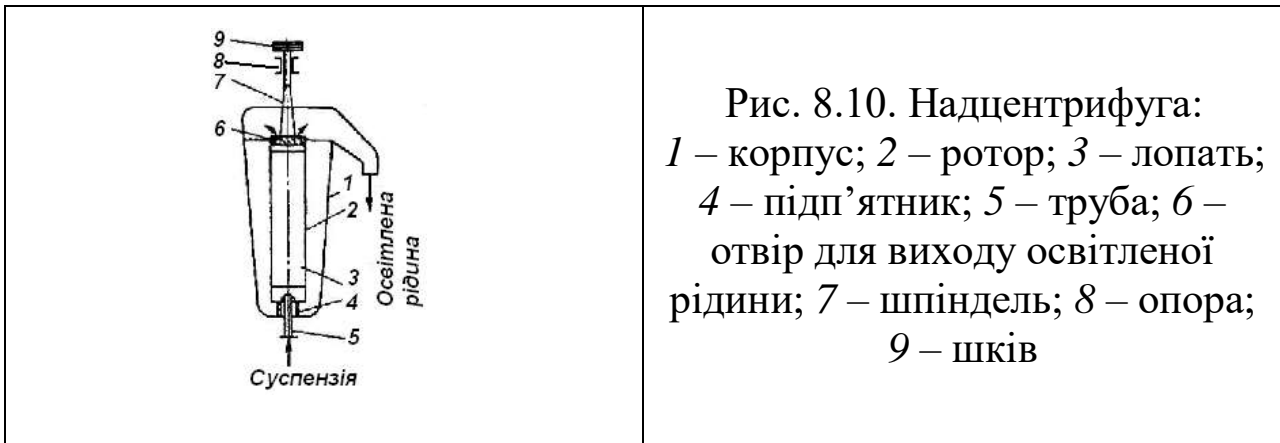
Продуктивність гідроциклонів (у  $m^3/год$ ) може бути обчислена за рівнянням:

$$Q_m = 3,19 d_{зл} D \sqrt{\Delta p}, \quad (8.13)$$

де  $d_{зл}$  – діаметр зливного патрубку, м;  $D$  – діаметр циліндричної частини, м;  $\Delta p$  – перепад тисків у гідроциклоні,  $H/m^2$ .

Переваги гідроциклонів: висока продуктивність, відсутність рухомих частин, компактність, простота та легкість обслуговування, відносно невелика вартість, широка сфера застосування. Недолік – порівняно швидке зношування окремих частин, зокрема корпусу.

**Надцентрифуги** (див. рис. 8.10) мають ротор малого діаметра – не більше 200 мм, який обертається з великою швидкістю до 4500 об./хв. Фактор розділення складає 15000. У таких центрифугах розділюють дуже тонкодисперсні суспензії та емульсії.



### 8.3. Очищення газів

Промислове очищення газів від зважених у них твердих або рідких частинок проводиться для зменшення забрудненості повітря, уловлювання з газу цінних продуктів або видалення з нього шкідливих домішок.

У промислових умовах пил може утворюватися внаслідок механічного подрібнення твердих тіл (при дробленні, розтиранні, перемелюванні, транспортуванні), при згорянні пального, при конденсації парів тощо. Утворений пил зазвичай складається з частинок розмірами 3-70 мкм. Тумани, утворені при конденсації парів, найчастіше містять дрібні частинки розмірами 0.001 ÷ 1.0 мкм.

Розрізняють такі способи очищення газів:

- 1) осадження під дією сил тяжіння (гравітаційне очищення);
- 2) осадження під дією інерційних, зокрема відцентрових, сил;
- 3) фільтрування;
- 4) мокре очищення;
- 5) осадження під дією електростатичних сил (електричне очищення).

Ефективність апаратів для очищення газів оцінюється за ступенем очищення:

$$\eta = \frac{V_1 x_1 - V_2 x_2}{V_1 x_1} \cdot 100\% , \quad (8.14)$$

де  $V_1$  і  $V_2$  – об’ємні витрати відповідно запиленого й очищеного газу,  $m^3/год$ ;  $x_1$  і  $x_2$  – концентрації зважених частинок відповідно у запиленому й очищеному газі,  $кг/м^3$ .

Відстоювання твердих частинок у газовому середовищі відбувається відповідно до таких самих закономірностей, як і їхнє осадження під дією сил тяжіння у крапельній рідині. Швидкість відстоювання пропорційна до різниці густин частинок і газу. Враховуючи, що густина твердих частинок значно більша за густину газів, можна припустити, що швидкість очищення газів під дією гравітаційних сил буде значно більшою за швидкість відстоювання у крапельно-рідких середовищах. Проте цей спосіб очищення порівняно малоефективний, оскільки діючі сили мають невелике значення порівняно з відцентровими й іншими силами, котрі використовуються для цієї ж мети.

У **пилоосаджувальні камери** (рис. 8.11) запилений газ надходить через трубу 1. Всередині камери встановлено горизонтальні перегородки (полиці) 2 на відстані 0.1–0.4 м одна від одної. Частинки пилу осідають з газу під час його руху між полицями. Зменшення шляху осадження частинок та збільшення поверхні осадження сприяє підвищенню ступеня очищення газу і збільшенню продуктивності камери. Проте швидкість руху газу в камері обмежена тим, що частинки пилу мають осісти до того, як вони будуть винесені потоком газу з камери.

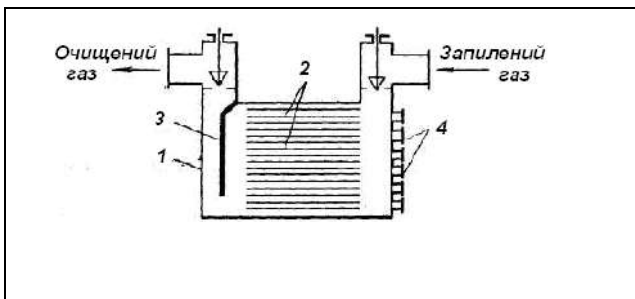


Рис. 8.11. Пилоосаджувальна камера:

1 – камера; 2 – горизонтальні перегородки (полиці); 3 – відбиваюча перегородка; 4 – дверцята

Газ, пройшовши полиці, огинає вертикальну відбиваючу перегородку 3 (при цьому з нього під дією сил інерції осаджується додаткова кількість пилу) і видаляється з камери. Пил, котрий осів на полицях, час від часу вилучається вручну спеціальними шкребками через дверцята 4 або змивається водою. Для неперервного очищення камеру ділять на два окремих відсіки або встановлюють дві паралельно працюючі камери. В одній відбувається очищення газу, водночас у другій проводиться видалення пилу. Розрахунок робочої поверхні пилоосаджувальних камер аналогічний до розрахунку відстійників для рідини, з тією

відмінністю, що у більшості випадків при очищенні газів можна вважати  $x_{oc} = 1$ .

Під дією сил тяжіння можна вилучити лише відносно великі частинки, причому ступінь очищення зазвичай становить 30–40 %. Тому пилоосаджувальні камери застосовують для попереднього очищення газів і через їх малоефективність та громіздкість замінюють на інші типи апаратів.

Принцип очищення газів під дією інерційних сил закладено в конструкції відстійного газоходу, очищення під дією відцентрових сил здійснюється в циклонах.

**Відстійний газохід з відбійними перегородками** (рис. 8.12) призначений для відділення крупнодисперсного пилу. Перегородки слугують для завихрення газового потоку. Виниклі при цьому інерційні сили сприяють інтенсивному осадженню зважених твердих частинок. Осілий пил вивантажується зі збирачів 2 у міру накопичення за допомогою шибєрів. Такі відстійники часто використовують у системі газоходів.

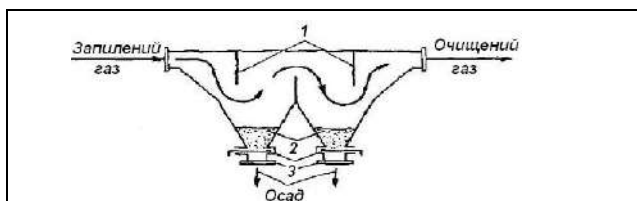


Рис. 8.12. Відстійний газохід:  
1 – відбійні перегородки; 2 – збирачі пилу; 3 – шибєри

Інерційні пилоуловлювачі характеризуються простотою конструкції та компактністю. Ступінь очищення в них вищий за такий у пилоосаджувальних камер і становить приблизно 60 %. В інерційних пиловловлювачах осаджуються частинки розмірами понад за 25 мкм.

**Циклони** дають змогу проводити розділення в полі відцентрових сил. Діаметр циклонів складає 100–1000 мм. Ефективність їх роботи характеризується фактором розділення. Ступінь очищення газів залежить від конструкції циклона, розмірів частинок та їх густини. Наприклад, якщо к.к.д. циклона при вловлюванні частинок діаметром 25 мкм дорівнює 90 %, то за діаметра частинок 10 мкм к.к.д. знижується до 70 %. Ступінь очищення газів від пилу визначають за номограмами, складеними на основі експериментальних досліджень.

Циклон, зображений на рис. 8.13, має невеликий гідравлічний

опір і допомагає досягати відносно великого ступеня очищення. Газовий потік зі зваженими частинками вводиться в апарат через вхідну трубу зі швидкістю 10–40 м/с. Завдяки тангенціальному введенню та наявності центральної вивідної труби потік починає обертатися навколо останньої, здійснюючи кілька обертів при проходженні через апарат. Під дією виниклих відцентрових сил зважені частинки відкидаються до периферії, осідають на внутрішній поверхні корпусу, а потім зісковзають на конічне дно та вилучаються з циклона через патрубок. Звільнений від зважених частинок потік виводиться з циклона через вивідну трубу.

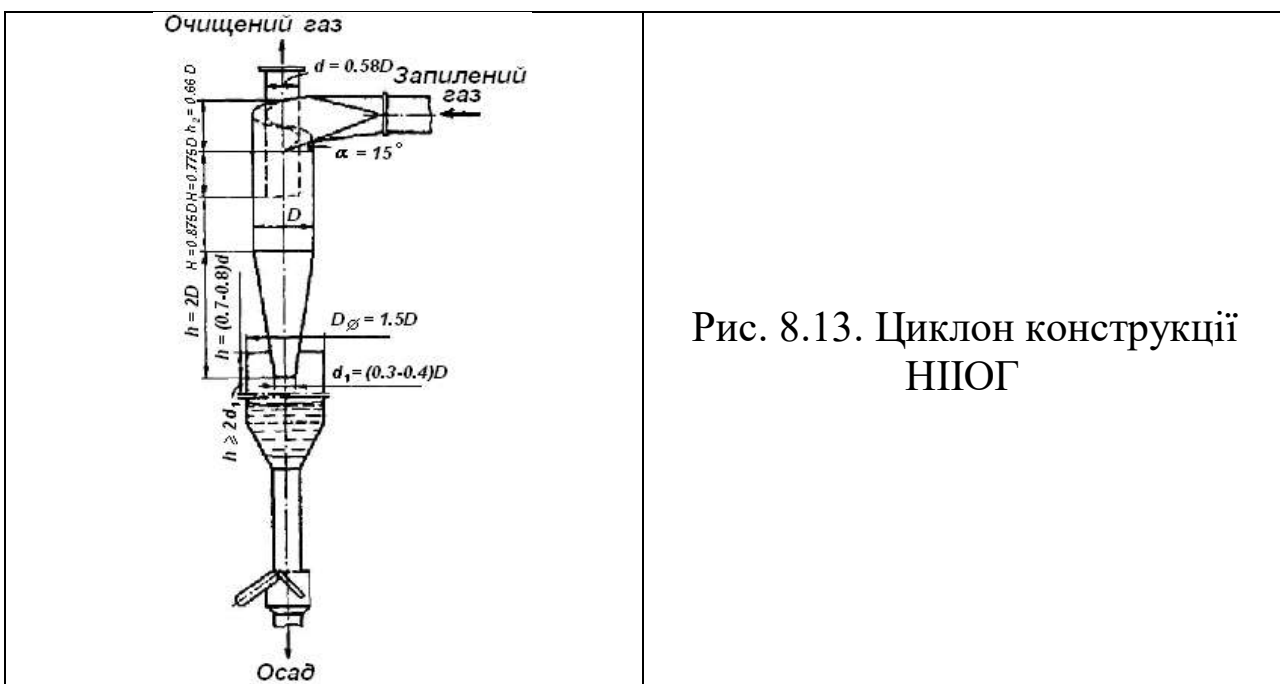


Рис. 8.13. Циклон конструкції НПОГ

Точний розрахунок циклонів достатньо складний, тому їх розраховують спрощено за величиною гідравлічного опору.

Фіктивна швидкість газу в циліндричній частині циклона може бути визначена за формулою:

$$w_{\phi} = \sqrt{\frac{4\Delta p}{\rho_2 \zeta}}, \quad (8.15)$$

де  $\Delta p/\rho_2$  – фактор розділення;  $\zeta$  – коефіцієнт гідравлічного опору.

Для циклона, зображеного на рис. 8.13, відношення  $\Delta p/\rho_2$  дорівнює 500–700 м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>. Значення коефіцієнта гідравлічного опору  $\zeta$ , віднесеного до  $w_{\phi}$ , визначають за експериментальними даними.

Діаметр циклона встановлюють за заданою продуктивністю:

$$D = \sqrt{\frac{4V}{\pi w_0}}. \quad (8.16)$$

З'ясувавши діаметр циліндричної частини циклона, можна знайти всі інші його розміри. Ступінь очищення газів значно залежить від кута нахилу патрубку для газу, котрий надходить:

циклон з кутом  $24^\circ$  забезпечує високу продуктивність за малого гідравлічного опору і призначений для уловлювання великих частинок;

циклон з кутом  $15^\circ$  забезпечує добрий ступінь очищення за відносно невисокого гідравлічного опору;

циклон з кутом  $11^\circ$  забезпечує високий ступінь очищення.

**Батарейний циклон** (рис. 8.14), який складається із паралельно підключених циклонів малого діаметра (150–250 мм), дає змогу збільшити відцентрову силу і швидкість осадження частинок. Забруднений газ через патрубок надходить до газорозподільчої камери 2 і розподіляється по циклонних елементах (рис. 8.15), змонтованих у спільному корпусі. У циклонні елементи газ надходить не тангенціально, а згори через кільцевий простір між корпусом циклона 3 та вихідною трубою 1. Для створення потоку газу з обертанням у кільцевому просторі розташований закручувальний пристрій у вигляді гвинта 2.

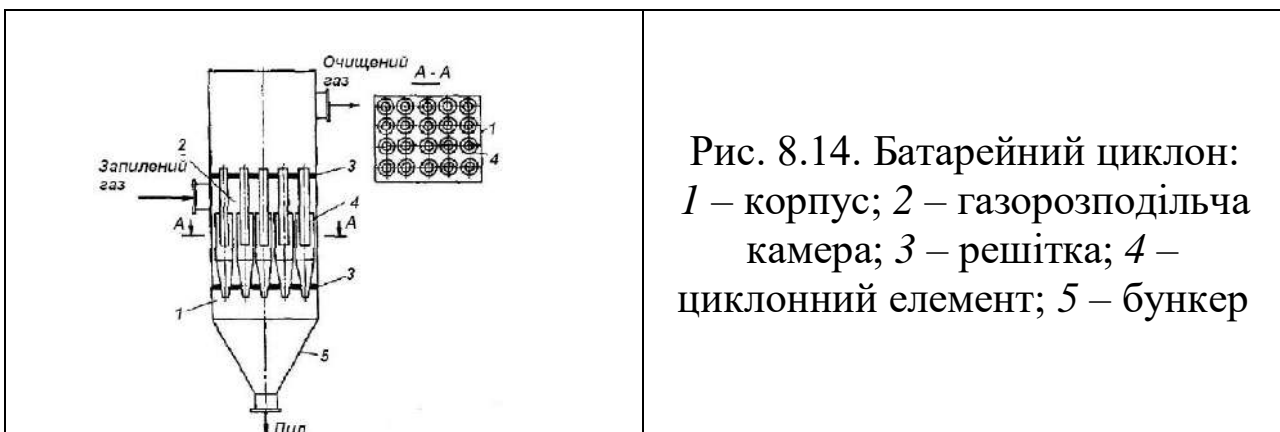


Рис. 8.14. Батарейний циклон:  
1 – корпус; 2 – газорозподільча камера; 3 – решітка; 4 – циклонний елемент; 5 – бункер

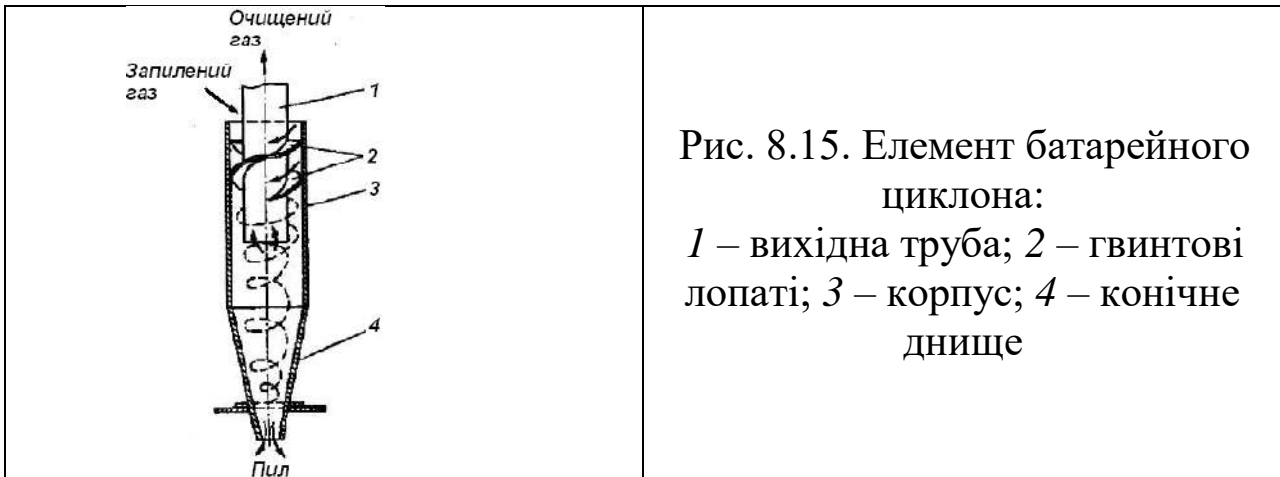


Рис. 8.15. Елемент батарейного циклона:  
 1 – вихідна труба; 2 – гвинтові лопаті; 3 – корпус; 4 – конічне днище

Пил збирається у конічному бункері 4, а очищений газ виходить із батареї через спільний вивідний патрубок.

Батарейні циклони використовують за великих витрат газу, коли застосування кількох одинарних циклонів економічно недоцільне. У циклонах рекомендовано уловлювати частинки з розмірами не менше 10 мкм.

Циклони набули поширення в харчових виробництвах для очищення газових викидів, уловлювання з газових потоків харчової сировини: частинок цукру, частинок сухого молока, дріжджів із вивідних газів сушарок тощо.

Очищення газів за способом фільтрування також широко використовується на виробництвах. Залежно від виду фільтрувальної перегородки фільтри для очищення газів бувають із м'якими, напівжорсткими і жорсткими пористими перегородками.

**Фільтри з м'якими фільтрувальними перегородками** – рукавні, або мішечні, набули великого поширення (рис. 8.16). Перегородки виконують з тканини, волокнистих матеріалів, пористих листових матеріалів (металотканина, пориста гума та пластмаси).

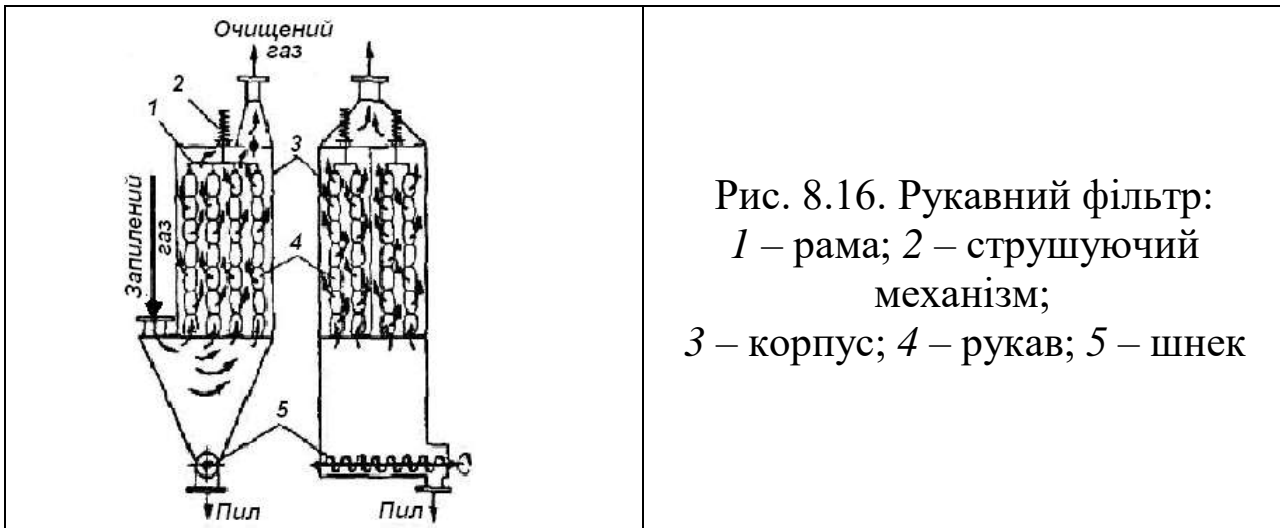


Рис. 8.16. Рукавний фільтр:  
 1 – рама; 2 – струшуючий механізм;  
 3 – корпус; 4 – рукав; 5 – шнек

У батарейному рукавному фільтрі рукави та мішки підвішують у прямокутному корпусі 3 до спільної рами 1. Запиленій газ надходить знизу всередину рукавів 4 у відкриті торцеві отвори. Проходячи через бічні циліндричні поверхні рукавів, газ фільтрується, а пил осідає на внутрішній поверхні рукавів.

У процесі експлуатації шар пилу збільшується й опір фільтра зростає. Для регенерації фільтра рукави або мішки періодично струшують спеціальним механізмом 2, змонтованим на кришці фільтра. Іноді застосовують зворотне продування газом або повітрям фільтрувальних елементів. Осідаючий пил збирається в конічному дні фільтра, звідки вивантажується шнеком 5.

Концентрація пилу в очищеному через рукавний фільтр газі складає кілька  $мг$  на  $м^3$ .

Фільтри із жорсткими фільтрувальними перегородками, виготовленими з пористої кераміки, спечених або спресованих металічних порошоків, а також пластмас, використовують для тонкого очищення газів. Фільтрувальні елементи можуть мати циліндричну, кільцеву або пласку форму.

У корпусі 4 **патронного фільтра** (рис. 8.17) на гратці 3 розташовано кілька циліндричних фільтрувальних елементів. Запиленій газ надходить у нижню частину фільтра, проходить через фільтрувальні елементи 5 і очищується від зважених частинок. Осад збирається на зовнішній поверхні фільтрувальних елементів, а очищений газ виходить із внутрішнього об'єму фільтрувальних елементів і виводиться з фільтра.

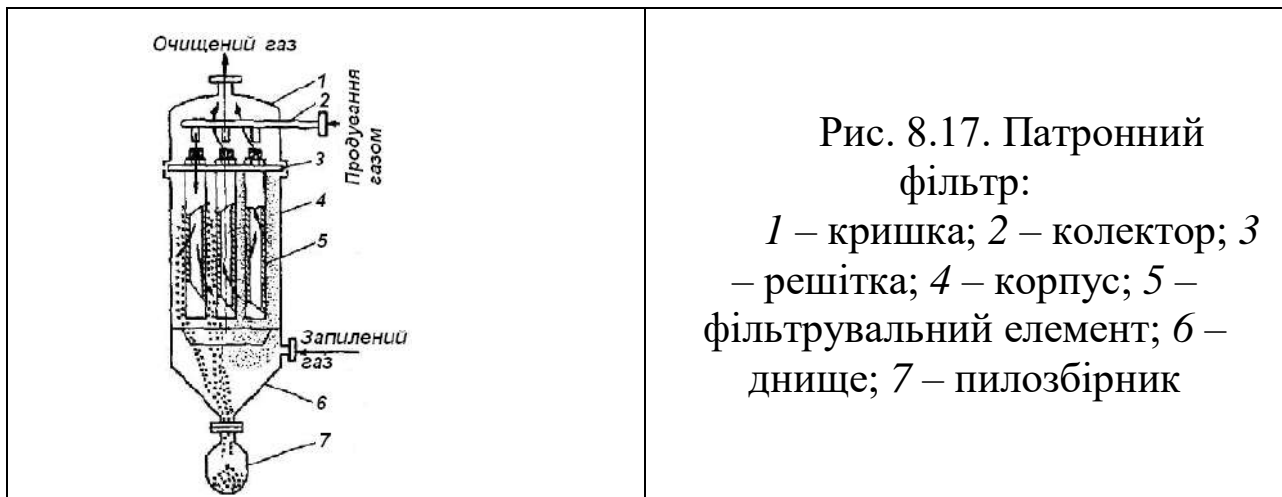


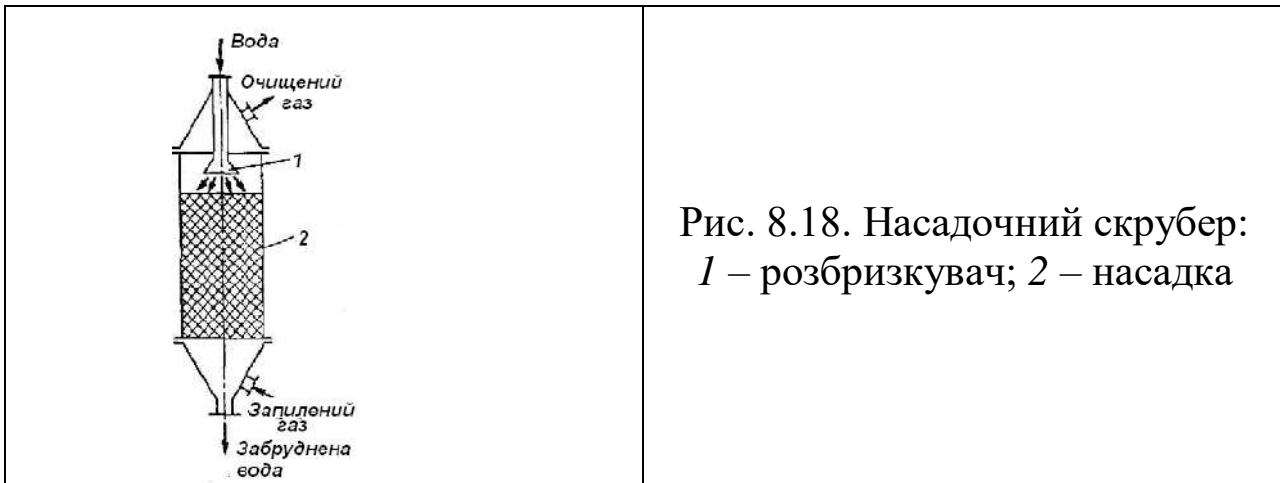
Рис. 8.17. Патронний фільтр:  
 1 – кришка; 2 – колектор; 3 – решітка; 4 – корпус; 5 – фільтрувальний елемент; 6 – днище; 7 – пилозбірник

Для регенерації фільтрів їх періодично продувають зворотним потоком стисненого газу. При цьому пил збирається на дні 6 та видаляється у пилозбірник 7. У фільтрах із металокерамічними елементами можна очищувати пил із діаметром зважених частинок понад за 0.5 мкм.

**Мокре очищення** газів застосовують тоді, коли допустиме зволоження й охолодження газу, а зважені частинки мають незначну цінність. Якщо зважені частинки не змочуються рідиною, то очищення газів у мокрих пиловловлювачах малоефективна. У такому разі до рідини додають поверхнево-активні речовини.

Ступінь очищення газів від пилу в мокрих пиловловлювачах залежно від конструкції становить 60–85 %. Недолік мокрого очищення – утворення стічних вод, які також мають очищуватися.

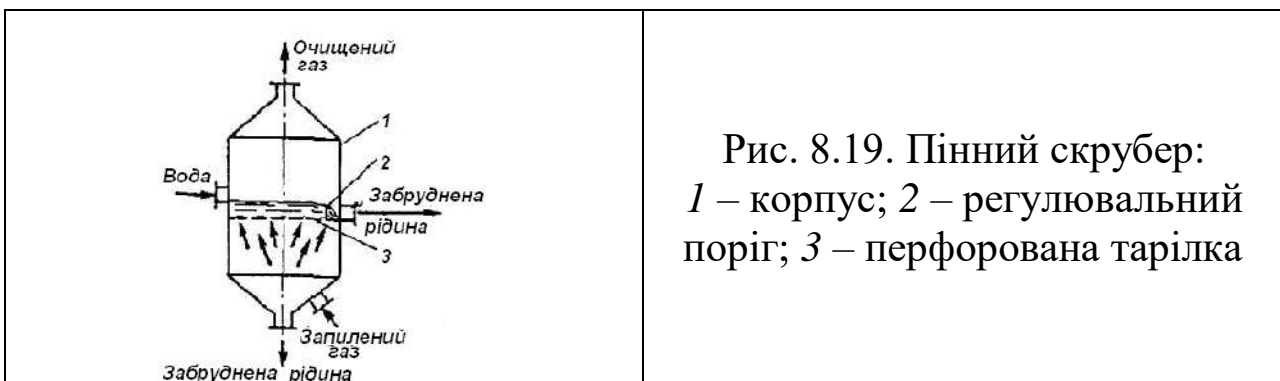
Найпростішими мокрими пиловловлювачами є **скрубери (порожнисті або насадочні)**. Запиленый газ подається в нижню частину скрубера (рис. 8.18) і рухається протитоком до рідини, яка подається розбризкувачем 1 або форсункою, зі швидкістю близько 1 м/с. Під час взаємодії газу та рідини відбувається механічне очищення газу. Ступінь очищення сягає 75–85 %.



Як насадку 2 застосовують хордові або кільцеві елементи.

**Пінні барботажні пиловловлювачі** призначені для очищення сильнозапиленних газів.

Барботажний пиловловлювач є тарільчастим скруббером (рис. 8.19). Запилений газ подається в нижню частину скрубера та рухається вгору. Потрапляючи на перфоровану тарілку 3, куди подається промивна рідина, газ барботує через неї, в результаті чого утворюється рухлива піна, яка забезпечує велику поверхню контакту. У шарі піни зважені частинки поглинаються рідиною. Забруднена рідина зливається через регулювальний поріг 2. Пінні скрубери зазвичай мають кілька перфорованих тарілок. Ступінь очищення газу сягає 99 %.



**Скрубери Вентурі** також забезпечують ступінь очищення приблизно 98 %. Їх недолік – великий гідравлічний опір та необхідність встановлення краплевідбійника. Скрубер Вентурі (рис. 8.20) складається з двох частин: труби Вентурі 3, в якій відбувається очищення повітря, і розділювача 1, призначеного для відокремлення краплин води від газового потоку.

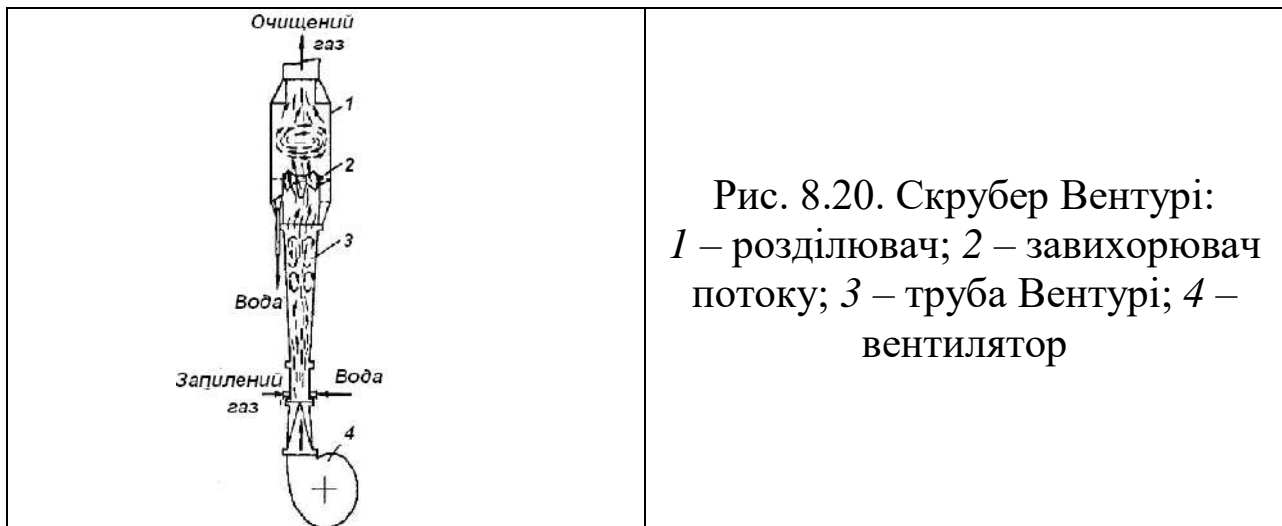


Рис. 8.20. Скрубер Вентурі:  
 1 – розділювач; 2 – завихорювач потоку; 3 – труба Вентурі; 4 – вентилятор

Повітря, яке підлягає очищенню, надходить знизу у вертикальний патрубок, на виході з якого виникає розрідження. За рахунок розрідження у трубу Вентурі з бачка всмоктується через колектор вода. У результаті в трубі Вентурі, як на стінках, так і по всьому об'єму, відбувається інтенсивне утворення рідких плівок, що допомагає очищенню газу. Осадженню краплин рідини з газового потоку сприяє завихорювач потоку 2. Рідина з розділювача стікає у збірний бак.

Осадження частинок з газу здійснюють також під дією електричного поля, в якому тонкодисперсним частинкам надається електричний заряд. Відокремлення в електричному полі відбувається на електродах. Для розділення пилу та диму застосовують сухі фільтри, для розділення туманів – мокрі.

Найпростіший **електрофільтр** – це два електроди, один з яких – анод, виконується у вигляді труби або пластини, а другий – катод – у вигляді дроту, натягнутого всередині трубчастого анода або між пластинчастими анодами, виконаними із дротяної сітки та заземленими.

При з'єднанні електродів із джерелом постійного струму на них виникає різниця потенціалів, що дорівнює 4–6 кВ/см, яка забезпечує густину струму 0.05–0.5 мА на 1 м довжини катода.

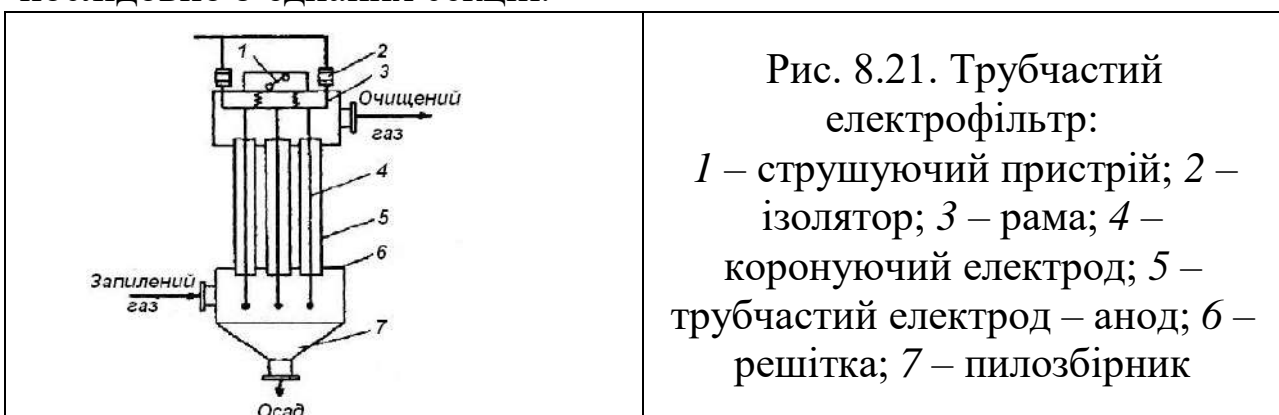
Газова суміш надходить усередину трубчастих електродів або між пластинчасті. Завдяки високій різниці потенціалів на електродах і неоднорідності електричного поля у шарі газу біля катода утворюється потік електродів, спрямований до анода. У результаті зіткнень електродів з нейтральними молекулами газу газ іонізується, ознакою чого є поява «корони» біля катода. В

результаті іонізації з'являються позитивні іони, котрі збираються біля катода, і негативні іони, які з великою швидкістю рухаються до анода, заряджаючи зважені в газі частинки та захоплюючи їх із собою. Частинки пилу або туману осідають на аноді, покриваючи його шаром осаду. Швидкість електроосадження коливається від кількох сантиметрів до кількох десятків сантиметрів на секунду. Вона залежить від розмірів зважених частинок і гідродинамічного опору газового середовища. Для розрахунку швидкості електроосадження використовують рівняння:

$$w_{oc} = \frac{n \cdot e_0 E_x}{3\pi \cdot d \cdot \mu}, \quad (8.17)$$

де  $n$  – заряд, отриманий частинкою;  $e_0$  – величина елементарного заряду;  $E_x$  – градієнт потенціалу електричного поля на відстані  $x$  від осі катода;  $d$  – діаметр частинки;  $\mu$  – в'язкість середовища.

На рис. 8.21 показано **трубчастий сухий електрофільтр**. Пил або дим надходить у нижню частину фільтра під ґратку 6, в якій закріплено електроди, і розподіляється по трубчастих анодах 5. У середині анодів розташовані коронуючі електроди – катоди 4. Під дією електричного поля відбувається електроосадження зважених у газі частинок. Осаджені частинки періодично струшуються ударним пристроєм 1 і збираються у нижній конічній частині фільтра. Осад з фільтра видається за допомогою вивантажувального пристрою, а очищений газ виходить з верхньої частини фільтра. Розроблено також секційні електрофільтри, в яких газ проходить через ряд послідовно з'єднаних секцій.



Ступінь очищення газів у електрофільтрах сягає 99 % і навіть 99.9 %.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Шалугін В. С., Шмандій В. М. Процеси та апарати промислових технологій : навч. посібник. К. : Центр учбової літератури, 2008. 392 с.
2. Поперечний А. М., Черевко О. І., Гаркуша В. Б., Кирпиченко Н. В. Процеси та апарати харчових виробництв : підручник. К. : Центр учбової літератури, 2007. 304 с.
3. Берник П.С. Механічні процеси і обладнання переробного та харчового виробництва : навч. посіб. Львів : Львівська політехніка, 2004. 336 с.
4. Мирончук В.Г. Розрахунки обладнання підприємств переробної і харчової промисловості : підручник. Вінниця : Нова книга, 2004. 288 с.
5. Малежик І. Ф. Процеси і апарати харчових виробництв : лабораторний практикум. К. : НУХТ, 2006. 224 с.
6. Черевко О.І. Процеси і апарати харчових виробництв : навч. посібник. Харків : Світ Книг, 2013. 168 с.
7. Бессараб О.С., Зав'ялов В.Л., Малежик І.Ф. Процеси і апарати харчових виробництв : підручник. К.: НУХТ, 2003. 400с.
8. Марценюк О.С., Мельник Л.М. Процеси і апарати харчових виробництв: підручник. К.: НУХТ, 2011. 407 с.
9. Кавецкий Г. Д. Процессы и аппараты пищевой технологии : учебник. М. : Колос, 2000. – 551 с.
10. Касаткин А. Г. Основные процессы и аппараты химической технологии : учебник. М. : Химия, 1973. – 752 с.
11. Солтис М. М. Теоретичні основи процесів хімічної технології : навч. посібник. Львів : Вид. центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2003. 430 с.

Навчальне видання

**ПРОЦЕСИ І АПАРАТИ ХАРЧОВОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ.  
ЧАСТИНА І. ГІДРОМЕХАНІЧНІ ПРОЦЕСИ**

Навчальний посібник

Укладачі:

Борук Сергій Дмитрович, Федорів Віктор Михайлович

Відповідальний за випуск  
Літературний редактор

*Кобаса І.М.  
Ряднова В.П.*

Підписано до друку \_\_.\_\_.202\_. Формат 60x84/16.

Папір офсетний. Друк офсетний. Ум. друк.арк.....

Обл.-вид. арк. Тираж 50. Зам.

Видавництво та друкарня Чернівецького національного  
університету

58002, Чернівці, вул. Коцюбинського, 2

e-mail: [ruta@chnu.edu.ua](mailto:ruta@chnu.edu.ua)

*Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №981 від 08.04.2002*